

# فشرده‌سازی تصاویر ابرطیفی با استفاده از

## برازش خم، بازه‌بندی و هموارسازی

مرسده بیت‌اللهی و سید ابوالفضل حسینی\*

گروه مخابرات، مرکز تحقیقات توسعه فناوری‌های پیشرفته صنعت برق و الکترونیک،

واحد یادگار امام خمینی (ره) شهرری دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران



### چکیده

تصاویر ابرطیفی به دلیل اکتساب همزمان داده‌ها در بیش از صدها باند طیفی باریک و نزدیک به هم، همبستگی بین باندها و حجم بسیار بالایی دارند؛ بنابراین، نیاز به فشرده‌سازی دارند. یکی از روش‌های با اتلاف، روش مبتنی بر برازش خم است که از امضای طیفی تصویر برای کاهش ویژگی استفاده می‌کند و نتایج بسیار خوبی را در مقایسه با روش‌های پیشین مانند PCA به همراه داشته است، اما در فشرده‌سازی با استفاده از این روش، منحنی امضای طیفی تقریب‌زده شده در برخی نقاط دارای اعوجاج است، که در این مقاله سعی شده با استفاده از یافتن نقاط دارای اعوجاج و بازه‌بندی امضای طیفی و برازش خم روی هر بازه، یا استفاده از یک فیلتر هموارساز Savitsky-Golay، یا با ترکیب هر دو پیشنهاد، اعوجاج را از بین برده، و نیز میزان PSNR را افزایش داد تا کیفیت تصویر بازیابی شده به تصویر اصلی خیلی نزدیک شود.

واژگان کلیدی: تصاویر ابرطیفی، فشرده‌سازی، برازش خم، حداقل مربعات خطا، فیلتر هموارساز Savitsky - Golay

## Hyperspectral Data Compression by Using Subintervals Curve Fitting, and Smoothing Filter

S. Abolfazl Hosseini\* and Mersedeh Beitollahi

Department of Communication, Research Center for Developing Advanced Technologies of Electrical and Electronics Industry, Yadegar-e-Imam Khomeini (RAH) Shahre Rey Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

### Abstract

Hyperspectral images due to simultaneous acquisition of data in more than hundreds narrow, close spectral bands, have a very high correlation bandwidth. So, in order to store in less storage space, higher transmission speed and less bandwidth, the compression is needed. Various lossless and lossy methods for compression are existed, that can be in the spatial domain or in the spectrum domain. But, in regard to the importance of spectral information of hyperspectral images in remote sensing, this compression should be done by this condition that the spectral information of this kind of images is well preserved. The methods of Compression can be based on the predictive function or using of a codebook to compress information. one of the most effective ways is the method of using curve fitting, which is applied to compress hyperspectral images due to its effect on the image spectrum. This method uses the spectral signature of each pixel to reduce the feature by finding the closest approximation function to express the curve and storing its coefficients as a new feature for reconstruction data. By replacing these coefficients in the equation of approximation, spectrum reflection curve for each pixel can be reconstructed. This method has very good results in comparison with previous methods such as PCA, but in compression using this method, the SRC curve has been approximated in some points with distortion. In this paper,

\* Corresponding author

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات

we tried to eliminate these distortions, by finding points which have distortion and Breakdown the SCR. On the other hand, by using the Savitsky-Golay smoothing filter we can also reduce distortion and increase the PSNR. Another way to eliminate or reduce this distortion described in this article is as follow: At first, the spectral signature of each pixel of the intended data is smoothed by a Savitsky-Golay smoothing filter, and then by using a particular method, it is divided into adjoining adjacent spaces, and then a curve is plotted for each slice of data. By choosing the best degree and window length for smoothing and selecting the best degree of numerator and denominator of function, the coefficients of the selected rational function are considered as new features of the image. By using the proposed method, in addition to eliminating the distortion, the PSNR level will be higher and the reconstructed image quality is very close to the original image.

**Keywords:** Compression, Curve Fitting, Hyperspectral, Least Square, Savitsky-Golay Filter

آنهاست. روش‌های زیادی برای فشرده‌سازی تصاویر ابرطیفی معرفی شده است که در هیچ‌کدام از آنها، ویژگی‌های جبری-هندسی خم‌های بازتاب طیفی در نظر گرفته نشده است و دربارهٔ منبع غنی اطلاعاتی که در ترتیب و توالی مقادیر شدت روشنایی هر پیکسل در طیف‌های مختلف وجود دارد، غفلت شده است.

حسینی و قاسمیان [9, 10] روشی را معرفی کردند که از طبیعت هندسی-جبری خم‌های امضای طیفی پیکسل‌ها و اطلاعات مربوط، به ترتیب نقاط روی این خم‌ها استفاده می‌کند. در حقیقت، امضای طیفی پیکسل‌ها به صورت اعضای یک دنباله در نظر گرفته می‌شوند، و تلاش بر این است که با برازش یک خم کسری گویا (تابع کسری با یک چندجمله‌ای در صورت و یک چندجمله‌ای در مخرج) به هر SRC و ذخیره کردن ضرایب چندجمله‌ای‌های مذکور، عمل فشرده‌سازی انجام شود. یک برتری عمده این روش، امکان اعمال آن به صورت پیکسل به پیکسل است که باعث می‌شود پیاده‌سازی الگوریتم به صورت موازی امکان‌پذیر باشد. دلیل استفاده از تابع کسری گویا برای برازش خم بازتاب طیفی قابلیت انطباق آن بر گروه وسیع‌تری از اشکال نسبت به الگوهای مرسوم چندجمله‌ای و نتایج برازش قابل قبول‌تر است. اگرچه توابع چندجمله‌ای شکل به نسبت ساده‌تر و حجم محاسبات کمتری دارد و تابع چندجمله‌ای حالت ویژه‌ای از تابع کسری گویاست. آنها دریافتند که استفاده از برازش خم در فشرده‌سازی می‌تواند نتایج بسیار خوبی در مقایسه با روش‌های پیشین مانند PCA به همراه داشته باشد. با وجود برتری‌هایی که روش فشرده‌سازی با استفاده از برازش خم به کمک تابع کسری گویا دارد، خم بازتاب طیفی بازتابی شده با استفاده از این روش ممکن است در برخی از نقاط دارای اعوجاج شدید باشد [9, 10].

در مقاله حاضر پیشنهادهایی ارائه شده تا علاوه بر از بین رفتن اعوجاج‌های ایجادشده در فرایند فشرده‌سازی و بازیابی، میزان PSNR تصویر بازیابی شده بهبود قابل توجه

## ۱- مقدمه

داده‌های ابرطیفی مجموعه‌ای از تصاویر ثبت‌شده در بازه‌های طیفی بسیار باریک مجاور هم هستند که هم‌زمان از یک منظره زمینی جمع‌آوری شده‌اند و از کنار هم قرار دادن این تصاویر، اصطلاحاً یک مکعب تصویر ابرطیفی تولید می‌شود. طی بازتابی ویژه، هر ماده مانند یک امضا به عنوان یک ویژگی خاص برای آن محسوب می‌شود. به همین دلیل است که نمودار میزان روشنایی ثبت‌شده در یک بازه طیفی مربوط به هر ماده، امضای طیفی و یا منحنی بازتاب طیفی<sup>۱</sup> آن ماده نامیده می‌شود. داده‌های ابرطیفی در صدها باند طیفی باریک و نزدیک به هم جمع‌آوری می‌شوند و همبستگی زیادی بین باندهای این تصاویر وجود دارد؛ بنابراین، حجم این تصاویر بالاست، و جهت ذخیره‌سازی در فضای کمتر نیاز به فشرده‌سازی دارند. از آنجاکه در سنجش از دور اطلاعات طیفی این نوع تصاویر اهمیت بسیار زیادی دارند، و باید اطلاعات طیفی تصاویر ابرطیفی به خوبی حفظ شوند، حذف افزونگی‌ها باید به گونه‌ای انجام شود که اطلاعات طیفی آنها به خوبی حفظ شود [1, 2]. روش‌های فشرده‌سازی می‌توانند با اتلاف و یا بدون اتلاف باشند. در فشرده‌سازی بدون اتلاف برخلاف گونه با اتلاف آن، داده‌های اصلی از روی داده فشرده‌شده به طور دقیق قابل بازیابی هستند [3, 4, 5]. روش‌های فشرده‌سازی می‌توانند مبتنی بر تابع پیشگو باشند [4, 6]، یا از یک کتابچه رمز برای فشرده کردن اطلاعات استفاده کنند [3, 7]. همچنین، فشرده‌سازی اطلاعات می‌تواند بر اساس رمزگذاری تبدیلات نظیر توابع کسینوسی<sup>۲</sup> (DCT<sup>۳</sup>)، توابع موجک<sup>۳</sup> (DWT<sup>۴</sup>) و یا تحلیل مؤلفه‌های اصلی<sup>۴</sup> (PCA) [7] انجام شود. روش فشرده‌سازی مبتنی بر PCA یکی از کارآمدترین و مؤثرترین راه‌ها برای از بین بردن همبستگی در تصاویر و فشرده کردن

<sup>1</sup> Spectral reflectance curve (SRC)

<sup>2</sup> Discret cosine transform

<sup>3</sup> Discrete wavelet transform

<sup>4</sup> Principal component analysis

یابد و کیفیت تصویر بازبازی شده خیلی نزدیک به تصویر اصلی باشد. در نخستین پیشنهاد، با معرفی یک روش بازه-بندی روی هر امضای طیفی این اعوجاج کاهش داده می-شود و برازش خم دقیق تر انجام خواهد شد. در روی کردی دیگر، استفاده از فیلتر هموارساز Savitsky-Golay سبب کاهش اعوجاج و افزایش PSNR می شود و کیفیت تصویر بازسازی شده نیز بهبود می یابد. در نهایت با ترکیب دو پیشنهاد پیشین، نخست امضای طیفی هر پیکسل از داده با استفاده از فیلتر هموارساز Savitsky-Golay هموار شده، سپس با استفاده از بازه بندی به بازه های مجاور ناهمپوشان تقسیم می شود و به هر بازه هموار شده یک خم برازان می-شود. به طور قطع، این رویکردها نیاز به انتخاب بهترین درجه برای تابع هموارساز و بهترین طول پنجره هموارسازی و نیز بهترین درجه صورت و مخرج خم های برازان شده را دارد. در نهایت، ضرایب توابع کسری برازان شده به عنوان داده های جدید ذخیره می شوند. بهترین تعداد بازه را می-توان با مقایسه PSNR های به دست آمده برای تصویر بازبازی شده به دست آورد. اجرای پیشنهاد های مذکور علاوه بر از بین بردن اعوجاج، میزان PSNR را به نحو چشم گیری بهبود داده، و کیفیت تصویر بازبازی شده نزدیک به تصویر اصلی می شود.

جمله ای از درجه معین است. چنانچه تعداد ضرایب مجهول چند جمله ای با تعداد نقاط اندازه گیری برابر باشد می توان با جای گذاری نقاط ضرایب را محاسبه کرد و بدین سان به خمی دست یافت که درست از تمام نقاط داده می گذرد. در غیر این صورت، از راه بهینه کردن معیاری که اغلب مجموع مربعات خطاست، ضرایب را محاسبه می کنند. به دلایل گوناگون ترجیح بر این است که به جای انتخاب درجه چند جمله ای به تعداد نقاط داده، از تقریب تابع با درجه کمتر بهره ببریم. زیرا نخست، حتی در صورت امکان تطبیق دقیق، دستیابی به آن چندان ساده نیست و موانعی نظیر 0020 زمان لازم برای محاسبات و یا امکان واگرایی الگوریتم محاسباتی در پیش روست؛ دوم، گاه ترجیح در این است که بعضی داده ها را از طریقی نظیر میانگین گیری در یک نقطه جمع کرد. وقوع پدیده رانژ<sup>3</sup> [12] که بیانگر به شدت نوسانی شدن چند جمله ای هایی با درجه بالا است نیز، مزید بر علت است. اگر یک خم از دو نقطه A و B بگذرد، قابل پیش بینی است که از جایی نزدیک نقاط میانی آن دو بگذرد. اما به طور لزوم، در چند جمله ای های درجه بالا این گونه نیست و نوسان شدیدی را تحمیل می کند. به علاوه، چند جمله ای های با درجه پایین در مقایسه با چند جمله ای-های با درجه بالاتر، احتمالاً نقاط عطف کمتری دارند و هموارتر هستند. با تعداد نقاط عطف بیشتر، خم حالتی نا-صاف و نوفه ای خواهد گرفت [13].

در به کارگیری الگوهای غیرخطی، یکی از مشکل عمده یافتن تعدادی کافی از نقاط شروع برای محاسبه ضرایب به صورت آزمون و خطا برای کمینه ساختن مربعات خطاست. برای توابع کسری روش های سرراستی برای یافتن نقاط آغازین وجود دارد. در میان تمام تقریب های به شکل کسر گویا و از مرتبه ای خاص از یک تابع معلوم  $f(\lambda)$  تابع تقریب زن معرفی شده توسط هنری پده<sup>4</sup>، بهترین تقریب را ارائه می دهد؛ به گونه ای که سری توانی تابع تقریب زن و تابع تقریب زده شده بر هم منطبق می شوند [14]. این تابع تقریب-زن، در بسیاری موارد حتی بهتر از سری تیلور عمل می کند و در زمان هایی که سری تیلور واگرا می شود، می تواند همچنان تقریب خوبی ارائه دهد. تابع  $f$  و شاخص های درست  $M \geq 0$  و  $L \geq 0$  را در نظر بگیرید. تابع تقریب زن کسری گویا از مرتبه  $(L, M)$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$\hat{f}(\lambda) = \frac{\sum_{j=0}^L C_{j+M+1} \lambda^j}{1 + \sum_{j=1}^M C_j \lambda^j} \quad (1)$$

<sup>3</sup> Runge phenomenon

<sup>4</sup> Henri pade

## ۱- برازش خم و فیلتر هموارساز Savitsky-Golay

### ۱-۱- برازش خم

برازش خم فرایند انتخاب مناسبترین خم یا تابع ریاضی است که از یک مجموعه نقاط داده شده یا نزدیکی آنها و احتمالاً بنا به قیده های مشخصی می گذرد. برازش خم یک روش سنتی برای پیدا کردن رابطه ای ریاضی بین مقادیر مشاهده شده و متغیرهای مستقل است. و هدف از آن پیدا کردن تابع  $f(\lambda)$  از یک خانواده از توابع خاص برای مجموعه داده  $\{I(\lambda), \lambda\}$  است به نحوی که  $\frac{1}{N} \sum_{\lambda=1}^N w_{\lambda} (f(\lambda) - I(\lambda))^2$  حداقل شود که در آن  $\lambda=1, 2, \dots, N$  بیانگر نقاط مورد نظر و  $w_{\lambda}$  وزن نقاط است [11]. معیارهایی نظیر حداقل مربعات  $(LS^1)$  و حداقل باقی مانده مطلق  $(LAR^2)$  برای برازندگی و انطباق به کار می رود. تابع  $f(\lambda)$  می تواند خطی یا غیرخطی (نظیر چند جمله ای، نمایی و...) باشد. در برازش خطی یا چند جمله ای، نوع تابع انتخابی برای برازاندن به نقاط، چند-

<sup>1</sup> Least square

<sup>2</sup> Least absolute residuals

این تقریب بر  $f(\lambda)$  با نهایت دقت منطبق می شود، اگر:

$$f^{(i)}(\cdot) = f^{(i)}(\cdot) \quad i = 0, 1, \dots, M+L \quad (2)$$

که در آن  $f^{(i)}(\cdot)$  عبارت است از مشتق  $i$  ام تابع  $f$ . اگر تابع تقریب زن را به صورت سری مک لورن گسترش دهیم، نخستین  $M+L$  جمله آن با جملات متناظر در بسط مک لورن  $f(\lambda)$  منطبق است. در حالتی که  $M$  صفر باشد، تقریب زن پده به بسط مک لورن کاهش می یابد. مهمترین ضعف این روش حساسیت آن به نقاط پرت<sup>۱</sup> است. اگر داده ای به طور بارز خارج از بازه غالب داده ها باشد، به شدت در نتایج تأثیر می گذارد. در روش LAR از فرایندی بر پایه تکرار برای یافتن  $f(\lambda)$  بهره برده می شود که مقاوم تر و در عوض، پیچیده تر است. در این مقاله از الگوی خاصی از برازش خم غیرخطی با استفاده از تابع کسری گویا استفاده شده است. هدف از استفاده از این برازش خم فشرده سازی داده است؛ پس  $f(\lambda)$  باید دارای شاخص های کمتری نسبت به تعداد نمونه های داده، داشته باشد.

### ۱-۲- فیلتر هموارساز Savitsky - Golay

روش فیلترینگ ارائه شده از سوی ساویتسکی و گولی که فیلترینگ چندجمله ای هموارساز دیجیتال (DISPO<sup>۲</sup>) نیز نامیده می شود، در طیف سنجی جذبی به طور وسیع استفاده می شود. این روش هم به منظور هموارسازی طیف و هم تفکیک افتراقی مواد قابل استفاده است. می توان گفت فیلتر DISPO یا SG تأثیر نوفه را کاهش می دهد؛ درحالی که هم زمان، گشتاورهای مرتبه بالای طیف اصلی را حفظ می کند، در نتیجه، در مقایسه با فیلتر میان رو<sup>۳</sup> از همان درجه، اعوجاج چندانی در طیف ایجاد نمی شود و به ویژه، پهنا و ارتفاع باندهای جذب دچار تغییر قابل ملاحظه نخواهند شد. نقطه قوت دیگر این روش سادگی و کارآمد بودن آن است؛ به طوری که به طور صرف، شامل یک کانولوشن خطی با مجموعه ای از ضرایب فیلتر است. در واقع، به کارگیری فیلتر SG مبتنی بر این فلسفه است که حفظ خواص طیفی بر حذف نوفه برتری دارد. فیلترینگ مورد اشاره شامل یک برازش کمینه مربعات به طیف آلوده به نوفه است، ولی وابسته به طول پنجره فیلترینگ، درجه چندجمله ای درون یابی و مرتبه مشتق است. در واقع ساویتسکی و گولی جداول بی شماری از ضرایب را در مقاله خود آورده اند که به طور مستقیم به منظور هموارسازی و مشتق گیری از طیف

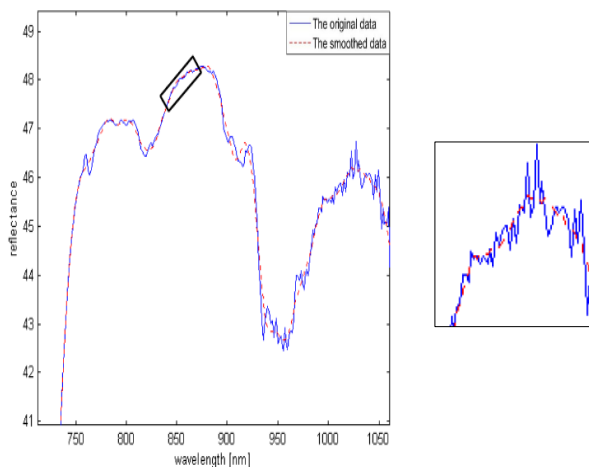
<sup>1</sup> outlier

<sup>2</sup> Digital Smoothing Polynomial

<sup>3</sup> Intermediate filter

قابل اعمال هستند. فرایند این فیلترینگ به طور دقیق معادل است با مجموعه ای از عملیات هموارسازی، برازش حداقل مربعات چندجمله ای و مشتق گیری؛ اما نحوه اجرای آن در یک فرایند یک مرحله ای خلاصه شده تا به لحاظ محاسباتی کارآمدتر باشد. در [15, 16, 17] یک توسعه ریاضی کامل از این فیلترینگ آورده شده است. مبنای این فیلترینگ در هموارسازی به کمک حداقل مربعات چندجمله ای است و برای هر نقطه مقدار جدید هموار شده اش را بر اساس برازش یک چندجمله ای با معیار حداقل مربعات خطا بر زیر مجموعه ای از داده های ما که در پنجره فیلترینگ قرار گرفته اند، پیدا می کند. مرکز این پنجره بر نقطه ای که قرار است هموارسازی شود قرار دارد. با حرکت پنجره روی نقاط متوالی تک تک نقاط داده ها هموارسازی می شوند (شکل ۱).

به طور عموم، از یک چندجمله ای درجه پایین برای تقریب استفاده می شود تا ویژگی های ارتعاشات پایین طیف، بهتر تقریب زده شود و در عوض نوفه های ارتعاش بالا در خطای تقریب محو شوند [18, 19].



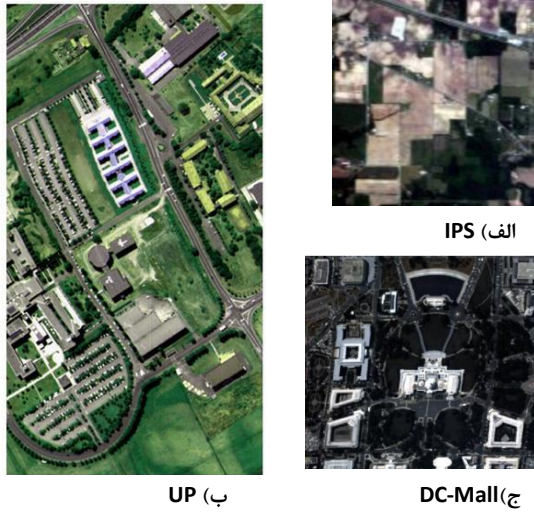
(شکل ۱) نمودار امضای طیفی SRC نمونه و هموارشده آن

به وسیله فیلتر هموارساز Savitsky Golay

(Figure 1) The SRC of a typical pixel and smoothed pixel by Savitsky-Golay filter

در واقع با بیانی ساده تر، عملکرد این فیلتر هموارساز به این صورت است که نخست، روی منحنی، پنجره ای به طول  $W$  و به مرکز نقطه  $(x_0, y_0)$  انتخاب می شود؛ سپس یک خم با درجه مشخص  $D_{SG}$  بر منحنی داخل پنجره برازان شده و پس از این که خم برازان شده پیدا شد، نقطه  $(x_0, y_0)$  دور ریخته شده و نقطه  $(x_0, y_0')$  از خم برازان شده جایگزین آن می شود. این پنجره روی منحنی حرکت می کند تا تک تک نقاط با نقاط جدید جایگزین شود [20].

$\lambda=1, \dots, N$  برای منحنی SRC نداریم و می خواهیم آن را تقریب بزیم. تقریب مورد نظر ما،  $\hat{f}(\lambda)$  بیان  $f(\lambda)$  به صورت یک تابع کسری گویا با درجه  $L$  در صورت و درجه  $M$  در مخرج است (RFCF).



(شکل ۲- (الف) تصویر با رنگ کاذب ایندیانا (ب) تصویر با رنگ کاذب دانشگاه پاویا (ج) تصویر با رنگ کاذب DC-Mall (Figure 2) The Original Data of (a) IPS, (b) UP, (c) DC-Mall

$$\hat{f}(\lambda) = \frac{\sum_{j=0}^L C_{j+M+1} \lambda^j}{1 + \sum_{j=1}^M C_j \lambda^j} \quad (3)$$

برای طبیعی سازی شماره باندها آرگومان تابع را به صورت  $\frac{\lambda}{N}$  در نظر می گیریم.

$$\hat{f}_{(x,y)}\left(\frac{\lambda}{N}\right) = \frac{\sum_{j=0}^L C_{j+M+1} \left(\frac{\lambda}{N}\right)^j}{1 + \sum_{j=1}^M C_j \left(\frac{\lambda}{N}\right)^j} \quad (4)$$

تعیین ضرایب  $C_j$  برای  $j=1, \dots, L+M+1$  به گونه ای است که مجموع خطای تقریب در نقاطی که مقدار واقعی منحنی را در اختیار داریم حداقل شود یعنی:

$$\min \left\{ E = \frac{1}{N} \sum_{\lambda=1}^N \left( \hat{f}(\lambda/N) - f(\lambda/N) \right)^2 \right\} \quad (5)$$

با مشتق گرفتن نسبت به ضرایب مورد نظر و برابر قرار دادن آن با صفر خواهیم داشت:

$$\frac{\partial E}{\partial c_i} = 0 \quad i=1, \dots, M$$

$$\sum_{\lambda=1}^N \frac{-2 \left(\frac{\lambda}{N}\right)^i}{\left(1 + \sum_{j=1}^M c_j \left(\frac{\lambda}{N}\right)^j\right)^2} \left( \sum_{j=0}^L c_{j+M+1} \left(\frac{\lambda}{N}\right)^j \right) \left( f\left(\frac{\lambda}{N}\right) - \hat{f}\left(\frac{\lambda}{N}\right) \right) = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial E}{\partial c_i} = 0 \quad i=M+1, \dots, M+L+1$$

$$\sum_{\lambda=1}^N \frac{2 \left(\frac{\lambda}{N}\right)^{i-M-1}}{1 + \sum_{j=1}^M c_j \left(\frac{\lambda}{N}\right)^j} \left( \hat{f}\left(\frac{\lambda}{N}\right) - f\left(\frac{\lambda}{N}\right) \right) = 0 \quad (7)$$

## ۲-۱- تصویر ایندیانا<sup>۱</sup>

مجموعه داده ابرطیفی موسوم به ایندیانا تصاویر منطقه ای کشاورزی- جنگلی است که با سنجنده AVIRIS در ژوئن ۱۹۹۲ میلادی از یک سایت آزمایشی در شمال شرقی ایالت ایندیانا گرفته شده است [21, 22]. این تصویر ۲۲۰ باند در محدوده طیفی ۴۰۰ تا ۲۵۰۰ نانومتر دارد و ابعاد آن  $145 \times 145$  پیکسل است. دقت مکانی این تصویر ۲۰ متر است. در زمان تصویربرداری گیاهان در اوایل دوره رشد بودند. تصویر ناحیه ذکر شده توسط باند ۳۴، در شکل ۲ (الف) نشان داده شده است.

## ۲-۲- تصویر دانشگاه پاویا<sup>۲</sup>

این تصویر شهری مربوط به ناحیه محوطه دانشگاه پاویا در ایتالیا است [21] و با سنجنده ROSIS (طراحی و پشتیبانی شده توسط اتحادیه اروپا) گرفته شده است. ابعاد آن  $610 \times 340$  پیکسل و دارای ۱۱۵ باند طیفی در بازه ارتفاعی ۴۳۰ تا ۸۶۰ نانومتر است. بعد از حذف کانال های نوفه ای، آزمایش ها بر روی ۱۰۳ باند باقی مانده انجام شده است. دقت مکانی این تصویر ۱/۳ متر است. تصویر این داده با استفاده از رنگ های کاذب در شکل ۲ (ب) نشان داده شده است [21, 23].

## ۲-۳- تصویر DC-Mall

دیگر تصویر استفاده شده در این پژوهش مربوط به منطقه ای در شهر واشنگتن است که با سنجنده HYDICE و با ابعاد  $307 \times 276$  پیکسل در ۲۱۰ باند گرفته شده است [21, 24]. ۱۹ باند به دلیل نوفه ای بودن و جذب شدن اطلاعات آنها توسط اتمسفر حذف شدند؛ بنابراین، ۱۹۱ باند باقی می ماند. دقت مکانی این تصویر یک متر است. در شکل ۲ (ج) تصویر رنگ کاذب از این تصویر نمایش داده شده است.

## ۳- استفاده از تابع کسری گویا به منظور برازش خم بازتاب طیفی در فشرده سازی تصاویر ابرطیفی

یک مجموعه داده ابرطیفی را در نظر بگیریم، همان طور که در بخش دوم توضیح داده شد، ما رابطه مشخصی به صورت  $f(\lambda)$  به عنوان تابعی بر حسب شماره باند

<sup>1</sup> Indian pine site  
<sup>2</sup> Pavia university

یک شرط کافی، اما نه لازم برای حل دستگاه معادلات غیرخطی بالا آن است که:

$$\frac{\sum_{j=0}^L c_{j+M+1} \left(\frac{\lambda}{N}\right)^j}{1 + \sum_{j=1}^M c_j \left(\frac{\lambda}{N}\right)^j} = f\left(\frac{\lambda}{N}\right) \quad \lambda=1, \dots, N \quad (8)$$

و با بازنویسی آن خواهیم داشت:

$$\sum_{j=0}^L c_{j+M+1} \left(\frac{\lambda}{N}\right)^j - f\left(\frac{\lambda}{N}\right) \sum_{j=1}^M c_j \left(\frac{\lambda}{N}\right)^j = f\left(\frac{\lambda}{N}\right) \quad \lambda=1, \dots, N \quad (9)$$

و در قالب ماتریسی خواهیم داشت:

$$A_{N \times (M+L+1)} C_{(M+L+1) \times 1} = B_{N \times 1} \quad (10)$$

که:

$$A_{N \times (M+L+1)} = [a_{ij}] \quad (11)$$

$$a_{ij} = \begin{cases} -f\left(\frac{\lambda}{N}\right) \left(\frac{\lambda}{N}\right)^j & j=1, \dots, M \\ \left(\frac{\lambda}{N}\right)^j & j=M+1, \dots, M+L+1 \end{cases} \quad (12)$$

$$B = [f\left(\frac{1}{N}\right), f\left(\frac{2}{N}\right), \dots, f\left(\frac{N}{N}\right)]^t \quad (13)$$

باتوجه به این که تعداد معادلات از تعداد ضرایب بیشتر است، با استفاده از روش شبه وارون مور-پنروز ضرایب  $C$  مورد نظر به دست خواهند آمد و برای بازیابی تصویر کافی ست ضرایب در معادله اصلی قرار داده شود [9, 25].

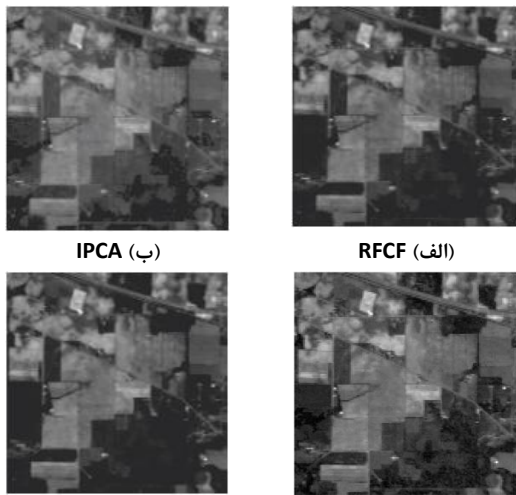
### • روند فشرده سازی

برای هر پیکسل از یک تصویر ابرطیفی خم برازانده شده به امضای طیفی پیکسل را به ازای درجات مختلفی از چندجمله ای های صورت و مخرج تابع تقریب معرفی شده در رابطه چهار به دست می آوریم. با بازیابی امضای طیفی و مقایسه آن با امضای طیفی اصلی پیکسل و محاسبه مجموع مربعات خطا می توان بهترین درجات صورت و مخرج را انتخاب کرد و ضرایب متناظر را به عنوان ویژگی های جدید در ماتریس جدید داده ها ذخیره کرد. به این ترتیب به جای ذخیره سازی مقادیر شدت روشنایی باندهای مختلف ضرایب خم تولیدکننده این مقادیر روشنایی را که تعداد آنها بسیار کمتر از تعداد باندهای اولیه است، ذخیره می کنیم. البته باید به این نکته توجه داشت که به دلیل استفاده از تابع کسری گویا باید برای یک تعداد معین  $D$  از ضرایب، شاخص  $L$  در محدوده صفر تا  $D-1$  تغییر داده شود و  $M$  به گونه ای انتخاب شود که

معادله  $D=M+L+1$  همواره برقرار باشد. در شکل ۳ روند اجرای این روش فشرده سازی به طور کامل نشان داده شده است [9, 10]. الگوریتم فشرده سازی مذکور بر روی داده های  $IPS$  و  $UP$  و  $DC-Mall$  پیاده سازی و نتیجه با روش  $PCA$  و  $DCT$  به عنوان یک روش قوی و مطرح در فشرده سازی این داده ها مقایسه شد. به ازای مقدار معلوم  $D$  و به ازای مقادیر مختلف  $M$  و  $L$  با شرط  $M+L+1 = D$  و  $3 \leq D \leq 15$  عملیات بازسازی باندهای تصویر به کمک رابطه چهار و به ازای  $\lambda=1, \dots, N$  انجام و برای هر مقدار  $D$  بهترین نتیجه استخراج شد. شکل ۴ تصویر اصلی  $IPS$  و بازیابی شده آن با روش های  $RFCF$ ،  $IPCA$  و  $DCT$  در باند هفدهم را نشان می دهد. این تصویر گواهی بر توانایی روش  $RFCF$  در حفظ اطلاعات مکانی در کنار اطلاعات طیفی و حفظ ویژگی های بصری تصویر هستند. نسبت فشرده سازی برابر با  $D/N$  خواهد بود. در شکل ۵ امضای طیفی اصلی و بازیابی شده برای پیکسل واقع در سطر ۳۲ و ستون یک از مجموعه داده  $IPS$  به عنوان پیکسل های نمونه رسم شده است. درجه چندجمله ای صورت و مخرج خم گویای برازان شده در این شکل  $L=12$  و  $M=2$  است. همان طور که این منحنی ها نشان می دهند، روش  $RFCF$  یک عملیات هموارسازی در دامنه طیفی است، با این حال، ممکن است این تقریب در بعضی از باندها دارای اعوجاج شدید باشد.

جدول ۱ دربرگیرنده مقادیر  $PSNR$  برای تصاویر بازیابی شده از روش های  $RFCF$  و  $PCA$  برای تصاویر اصلی  $IPS$  و  $UP$  و  $DCMall$  وقتی که  $D$  از ۳ تا ۱۵ تغییر می کند، است (تعداد ویژگی  $D$  در روش  $RFCF$  تعداد ضرایب ذخیره شده و در روش  $PCA$  تعداد مؤلفه اصلی حفظ شده است). مقدار  $PSNR$  برای روش  $RFCF$  به درجات  $M$  و  $L$  وابسته است و برای هر مقدار  $D$ ،  $M$  و  $L$  بهترین  $PSNR$  انتخاب و در جدول قرار داده شده است. روش فشرده سازی  $RFCF$  در اکثر نرخ های فشرده سازی عملکرد بسیار بهتری نسبت به روش استفاده کننده از تبدیل مؤلفه های اصلی داشته است [9, 10]. علاوه بر نکات بالا روش فشرده سازی  $RFCF$  مزایایی نظیر حجم محاسبات قابل قبول، فشرده سازی بر روی طیف (مخصوص تصاویر ابرطیفی)، فرم به نسبت ساده، شباهت تصویر بازیابی شده به تصویر اصلی هم از لحاظ حفظ اطلاعات مکانی و هم از لحاظ حفظ اطلاعات طیفی، امکان اعمال هم زمان برای تمام پیکسل ها را هم دارد اما به دلیل استفاده از  $LS$  حساسیت به نقاط پرت دارد. روش  $RFCF$  یک عملیات هموارسازی در دامنه طیف است. با این حال، ممکن است در برخی نقاط اعوجاج داشته





(شکل-۷) تصویر بازبازی شده IPS با روش‌های RFCF.

IRFCF(Ex.1) و DCT، IPCA و با تعداد ویژگی ۱۴ در باند ۱۷ و با تعداد ویژگی ۱۴ (Figure 7) (a) The Reconstructed data of IPS by RFCF, (b) IPCA, (c) DCT, (d) IRFCF(Ex.1) Methods

در شکل ۸ (الف و ب و ج) امضای طیفی پیکسل (۷۰ و ۱) به عنوان پیکسل نمونه از داده اصلی و داده بازبازی شده به روش بیان شده در این بخش به ازای  $S=5$  زیر بازه نشان داده شده است. منحنی امضای طیفی در داده‌های IPS و UP با استفاده از تابع چندجمله‌ای با تعداد ضرایب  $D=25$  و چندجمله‌ای درجه  $L=4$  تقریب زده شده‌اند. اما برای داده DC-Mall،  $D=30$  و  $L=5$  انتخاب شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، زمانی که نمودار بازتاب طیفی به بازه‌های مجاور و ناهم‌پوشان تقسیم می‌شود، هم‌اوجاج کاهش می‌یابد و هم تقریب بهتری در فشرده‌سازی به دست می‌آید.

جدول ۲ نشان‌دهنده مقادیر PSNR برای تصاویر بازبازی شده از روش‌های RFCF و IRFCF در حالت استفاده از تابع چندجمله‌ای با شرایط ذکر شده است. برای هر مقدار نتایج مربوط به مناسب‌ترین تعداد بازه (متناظر با مقدار PSNR بالاتر) انتخاب و در جدول قرار داده شده است.

به‌طور خلاصه روش پیشنهادی (IRFCF) در حالت برازش چندجمله‌ای مزایای زیر را دارد:

برازش دقیق‌تر منحنی امضای طیفی کاهش اوجاج‌های به‌وجودآمده در بعضی از نقاط ساختار و شکل ساده‌تر معادلات و محاسبات ساده‌تر در هر بازه به دلیل استفاده از توابع با درجات پایین‌تر

(۶) برای قطعه موردنظر یک برازش خم با تابع کسری گویا با درجه  $L_i$  در صورت و درجه  $M_i$  در مخرج انجام شود.

(۷) قدم‌های ۲ تا ۶ برای تمام پیکسل‌ها در قطعه مورد نظر با طول متفاوت تکرار شود.

(۸) مقدار PSNR محاسبه می‌شود.

(۹)  $L_i$ ‌ها از ۰ تا  $d_i-1$  تغییر یابند و  $M_i$ ‌ها با رعایت شرط  $d_i=L_i+M_i+1$  انتخاب شوند.

(۱۰)  $L_i$  و  $M_i$  و  $S$  متناظر با بهترین PSNR انتخاب شوند.

(۱۱) قطعه بعدی انتخاب شود و قدم شش برای آن اجرا شود.

(۱۲) ضرایب حاصل به‌عنوان مقادیر جدید مکعب داده تصویر در نظر گرفته شوند.

### • آزمایش نخست: بازه‌بندی و برازش خم چندجمله‌ای

نخست، به‌عنوان حالت خاصی از برازش خم تابع کسری گویا در هر بازه از یک تابع چندجمله‌ای استفاده می‌کنیم.

$$\hat{f}_i\left(\frac{\lambda}{N}\right) = \sum_{j=0}^{L_i} c_{i,j+1} \left(\frac{\lambda}{N}\right)^j \quad (17)$$

استفاده از این تابع در فشرده‌سازی این امکان را می‌دهد تا هم تابع تقریب ساختار و فرم ساده‌تری داشته باشد، و هم موجب بالاتر رفتن سرعت در عملکرد آن شود و با بازه‌بندی از توابع با درجات کوچکتر در هر قسمت استفاده می‌شود [26].

در شکل ۶ روند اجرای این حالت به‌طور کامل نشان داده شده است.

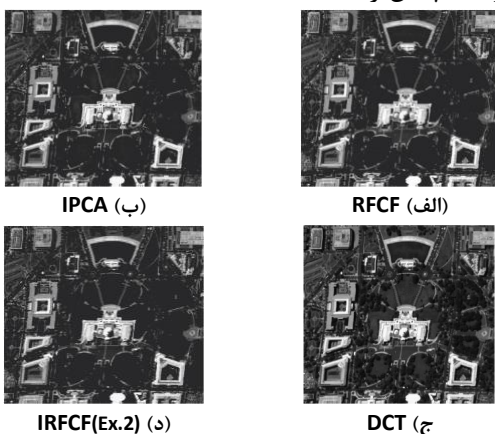
برای بررسی عملکرد این روش و مقایسه آن با روش برازش خم کسری گویا بدون بازه‌بندی (RFCF) از تصاویر IPS و UP و DC-Mall استفاده شده است. تعداد بازه‌های SRC از یک تا پنج تغییر داده شد و با انتخاب مقادیر  $D$  به فرم  $D = 15, 20, \dots, 35$  در هر بازه از شرط  $L+1=D/S$  انتخاب و عملیات فشرده‌سازی و بازسازی باند-های تصویر به کمک رابطه ۱۷ به ازای  $\lambda=1, \dots, N$  انجام شد. شکل ۷ تصویر بازبازی شده IPS با روش‌های RFCF، IPCA، DCT و IRFCF در آزمایش نخست در باند هفدهم را نشان می‌دهد.

شکل ۱۱ (الف و ب و ج) امضای طیفی پیکسل (۷۰ و) به عنوان پیکسل نمونه از داده اصلی و داده بازیابی شده به روش ارائه شده از این تصاویر که به یک تا پنج بازه تقسیم شده را نشان می دهد. منحنی امضای طیفی در داده IPS و DC-Mall با استفاده از تابع کسری گویا با تعداد ضرایب (D=35) تقریب زده شده اند و منحنی امضای طیفی داده UP با استفاده از تابع کسری گویا با تعداد ضرایب (D=25) تقریب زده شده است.

جدول ۳ نشان دهنده مقادیر PSNR برای تصاویر بازیابی شده از روش های RFCF و IRFCF در آزمایش دوم با شرایط ذکر شده است. برای هر مقدار D نتایج مربوط به مناسب ترین درجات و تعداد بازه (متناظر با مقدار PSNR بالاتر) انتخاب و در جدول قرار داده شده است. در جدول ۴ به عنوان نمونه و به ازای مقدار معلوم D به فرم  $D = 15, 20, \dots, 35$  برای سه تصویر مورد نظر همچنین به ازای بهترین تعداد بازه S مقادیر درجات L و M تمام بازه ها نشان داده شده است.

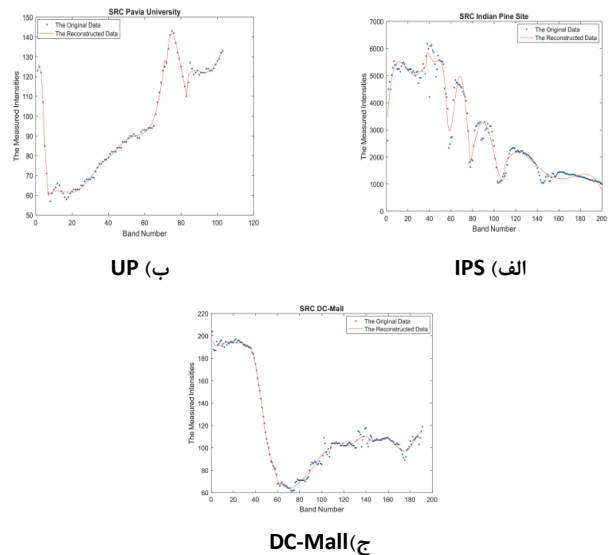
به طور خلاصه روش پیشنهادی (IRFCF) در حالت برازش خم کسری گویا و انتخاب بهینه درجات با توجه به عملکرد در هر بازه از کل پیکسل ها مزایای زیر را دارد:

- برازش دقیق تر منحنی امضای طیفی (پیدا کردن تابع تقریب بهتر و دقیق تر)
- کاهش اعوجاج های به وجود آمده در بعضی از نقاط
- محاسبات ساده تر در هر بازه به دلیل استفاده از توابع درجات پایین تر



(شکل ۱۰-۱) تصویر بازیابی شده DC-Mall با روش های RFCF، IPCA، DCT و IRFCF(Ex.2) در باند ۳۴ و با تعداد ویژگی ۱۵

(Figure 10) (a) The Reconstructed data of DC-Mall by RFCF (b) IPCA, (c) DCT, (d) IRFCF Method in second experiment



(شکل ۸-۸) نمودار بازتاب طیفی پیکسل نمونه در تصویر اصلی (الف) IPS (ب) UP و (ج) DC-Mall و تصویر بازیابی شده آنها به روش بازه بندی و برازش خم با استفاده از تابع چندجمله ای

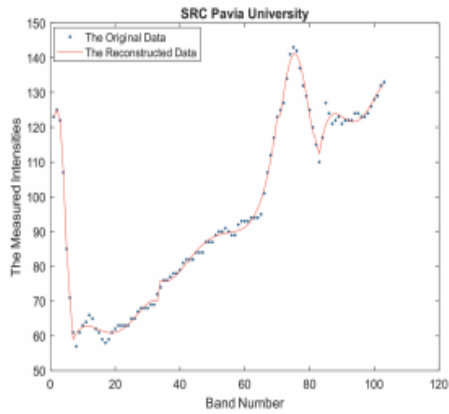
(Figure 8) The SRC of a typical pixel and its approximated data by IRFCF Method in first experiment.

• آزمایش دوم: بازه بندی و برازش خم کسری گویا و انتخاب بهینه درجات با توجه به عملکرد در هر بازه از امضای طیفی تمام پیکسل ها

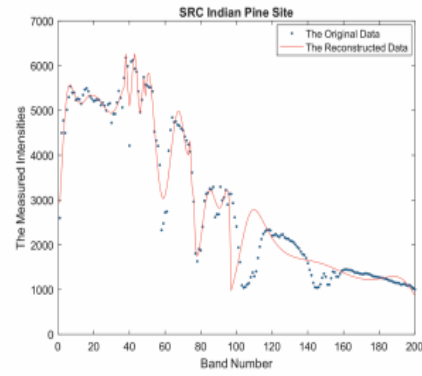
در آزمایش دوم از این روش برازش خم در هر بازه با استفاده از یک تابع کسری گویا استفاده می شود. بهترین درجه صورت و مخرج پس از اعمال برازش خم در هر تکه از همه پیکسل ها یعنی هر بازه از کل تصویر انتخاب می شود (البته به طور مثال، بازه اول در تمامی پیکسل ها برابر نیست و طول هر بازه در هر پیکسل با توجه به نقطه انتهایی بازه آن انتخاب می شود). در شکل ۹ روند اجرای آزمایش دوم به طور کامل نشان داده شده است.

به منظور بررسی عملکرد این روش و مقایسه آن با روش برازش خم کسری گویا بدون بازه بندی (RFCF) تعداد بازه های  $S = 1, \dots, 5$  و به ازای مقدار معلوم D به فرم  $D = 15, 20, \dots, 35$  بهترین  $L_i$  و  $M_i$  در هر بازه با شرط  $L_i + M_i + 1 = D/S$  انتخاب و عملیات فشرده سازی و بازسازی باندهای تصویر به کمک رابطه ۱۶ به ازای  $\lambda = 1, \dots, N$  انجام شد. سپس، برای هر مقدار D بهترین نتیجه به ازای بهترین تعداد بازه ها استخراج شد.

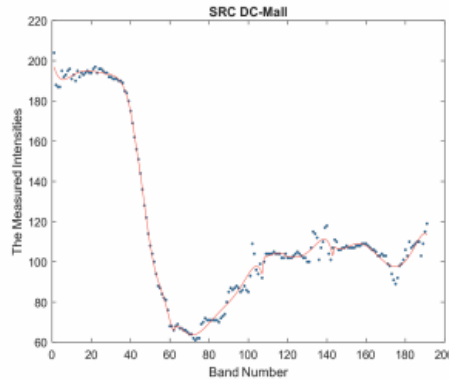
شکل ۱۰ تصویر بازیابی شده DC-Mall با روش های RFCF، IPCA، DCT و IRFCF در آزمایش دوم در باند ۳۴ است.



UP (ب)



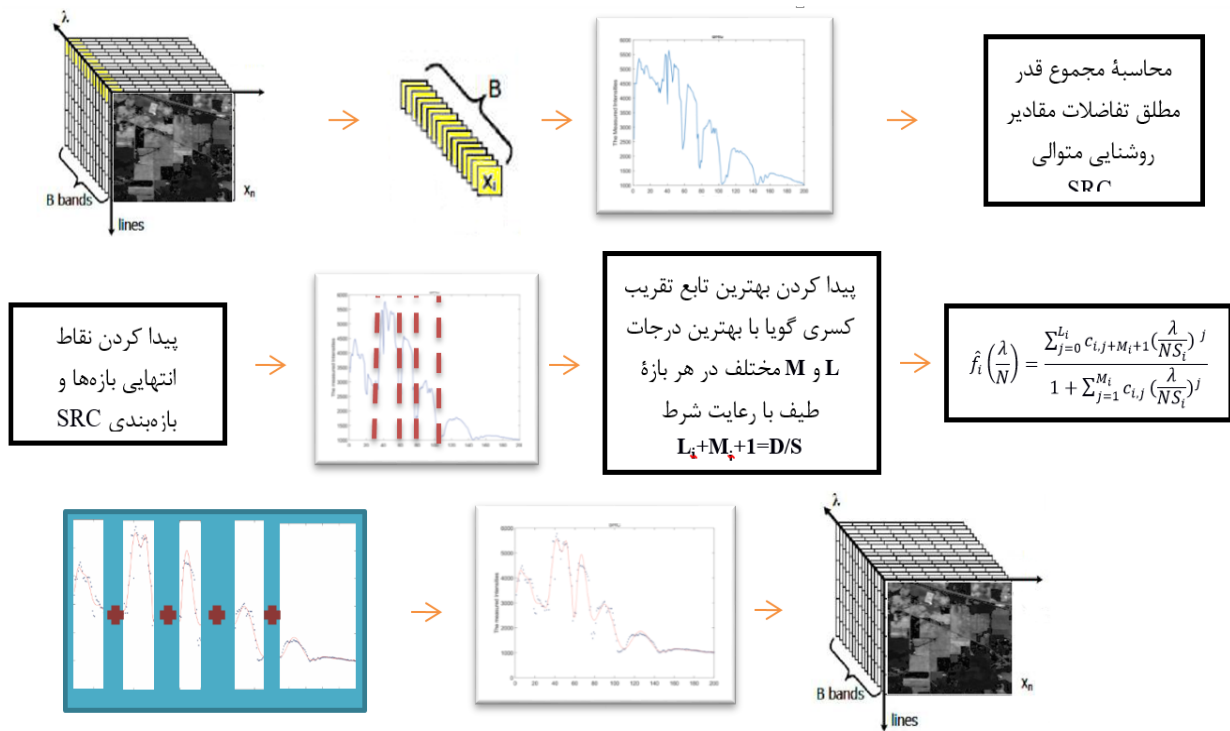
IPS (الف)



DC-Mall (ج)

(شکل ۱۱) نمودار بازتاب طیفی پیکسل نمونه در تصویر اصلی الف (IPS و ب) و ج (DC-Mall) و تصاویر بازیابی شده آنها به روش بازه بندی و برازش خم در آزمایش دوم

(Figure 11) The SRC of a typical pixel and its approximation by IRFCF Method in second experiment.



(شکل ۹) روند روش فشرده سازی پیشنهادی در آزمایش دوم  
(Figure 9) The Process of implementing the IRFCF method in second experiment

(جدول ۲-۲) مقایسه عملکرد IRFCF در آزمایش نخست در مقابل RFCF بر حسب معیار PSNR

برای داده های UP و DC-Mall و IPS

(Table 2) Comparing PSNR of RFCF, IRFCF Method in first Experiment for IPS, UP, DC-Mall Data Set

Comp Rate (N/D)	Indian Pines Site			Comp Rate (N/D)		Pavia University			Comp Rate (N/D)		DC-Mall			
	The Best Ns	L	IRFCF PSNR (Ex.1)	RFCF PSNR		The Best Ns	L	IRFCF PSNR (Ex.1)	RFCF PSNR		The Best Ns	L	IRFCF PSNR (Ex.1)	RFCF PSNR
200/15	1	14	47.12	<b>48.55</b>	103/15	5	2	<b>58.57</b>	34.54	191/15	1	14	<b>49.86</b>	<b>49.86</b>
200/20	5	3	<b>51.15</b>	44.38	103/20	4	4	<b>59.67</b>	43.89	191/20	1	19	<b>38.43</b>	<b>38.43</b>
200/25	2	11	<b>73.49</b>	45.71	103/25	3	7	<b>64.55</b>	39.12	191/25	3	7	<b>43.69</b>	42.80
200/30	4	5	44.88	<b>45.94</b>	103/30	4	6	<b>53.00</b>	40.51	191/30	4	6	<b>47.20</b>	39.57
200/35	5	6	42.26	<b>51.44</b>	103/35	3	10	46.43	<b>49.77</b>	191/35	4	7	<b>64.40</b>	39.47

(جدول ۳-۳) مقایسه عملکرد IRFCF در آزمایش دوم در مقابل RFCF بر حسب معیار PSNR

در داده های UP و DC-Mall و IPS

(Table 3) Comparing PSNR of RFCF, IRFCF Method in second experiment for IPS, UP, DC-Mall Data Set

Comp Rate (N/D)	Indian Pines Site			Comp Rate (N/D)	Pavia University			Comp Rate (N/D)	DC-Mall		
	The Best Ns	IRFCF PSNR (Ex.2)	RFCF PSNR		The Best Ns	IRFCF PSNR (Ex.2)	RFCF PSNR		The Best Ns	IRFCF PSNR (Ex.2)	RFCF PSNR
200/15	4	<b>52.00</b>	48.55	103/15	3	<b>35.05</b>	34.54	191/15	1	<b>49.86</b>	<b>49.86</b>
200/20	1	<b>44.38</b>	<b>44.38</b>	103/20	1	<b>43.89</b>	<b>43.89</b>	191/20	1	<b>38.43</b>	<b>38.43</b>
200/25	2	<b>73.49</b>	45.71	103/25	2	<b>43.79</b>	39.12	191/25	1	<b>42.80</b>	<b>42.80</b>
200/30	1	<b>45.94</b>	<b>45.94</b>	103/30	1	<b>40.51</b>	<b>40.51</b>	191/30	4	<b>54.63</b>	39.57
200/35	1	<b>51.44</b>	<b>51.44</b>	103/35	1	<b>49.77</b>	<b>49.77</b>	191/35	3	<b>39.50</b>	<b>39.47</b>

(جدول ۴-۴) مقادیر درجات L و M در تمام بازه های امضای طیفی داده های IPS و UP و DC-Mall در آزمایش دوم

(Table 4) The best value of L, M for all intervals in IRFCF Method in second experiment for IPS, UP, DC-Mall Data Set

Compression Rate (N/D)	Indian Pines Site						
	The Best Ns	The Best (L, M) in Section1	The Best (L, M) in Section2	The Best (L, M) in Section3	The Best (L, M) in Section4	The Best (L, M) in Section5	IRFCF PSNR (Ex.2)
200/15	4	(2,0)	(2,0)	(2,0)	(0,2)	-	52.00
200/20	1	(18,1)	-	-	-	-	44.38
200/25	2	(11,0)	(11,0)	-	-	-	73.49
200/30	1	(27,2)	-	-	-	-	45.94
200/35	1	(29,5)	-	-	-	-	51.44
Compression Rate (N/D)	Pavia University						
	The Best Ns	The Best (L, M) in Section1	The Best (L, M) in Section2	The Best (L, M) in Section3	The Best (L, M) in Section4	The Best (L, M) in Section5	IRFCF PSNR (Ex.2)
103/15	3	(4,0)	(4,0)	(4,0)	-	-	35.05



103/20	1	(17,2)	-	-	-	-	43.89
103/25	2	(3,8)	(11,0)	-	-	-	43.79
103/30	1	(29,0)	-	-	-	-	40.51
103/35	1	(16,18)	-	-	-	-	49.77
<b>DC-Mall</b>							
Compression Rate (N/D)	The Best of (L, M) in Section						IRFCF PSNR (Ex.2)
	Best Ns	Section1	Section2	Section3	Section4	Section5	
191/15	1	(14,0)	-	-	-	-	49.86
191/20	1	(19,0)	-	-	-	-	38.43
191/25	1	(10,13)	-	-	-	-	42.80
191/30	4	(6,0)	(6,0)	(6,0)	(6,0)	-	54.63
191/35	3	(10,0)	(10,0)	(3,7)	-	-	39.50

اصلی را به دست آورد. در شکل ۱۴ (الف و ب و ج) امضاهای طیفی پیکسل (۷۰ و ۷) به عنوان پیکسل نمونه از داده اصلی و داده بازبازی شده به روش بیان شده در این بخش به ازای  $S=5$  زیر بازه نشان داده شده است. منحنی امضای طیفی در داده IPS با استفاده از تابع کسری گویا با تعداد ضرایب  $(D=20)$  و با چندجمله‌ای درجه  $(L=3, M=0)$  و در داده  $DC-UP (D=15)$  و  $(L=2, M=0)$  و در داده  $DC-Mall (D=35)$  و  $(L=7, M=0)$ ، که البته در این تصویر  $S=4$  تقریب زده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، زمانی که نمودار بازتاب طیفی به بازه‌های مجاور و ناهم‌پوشان تقسیم می‌شود، اعوجاج کاهش می‌یابد و تقریب بهتری در فشرده‌سازی به دست می‌آید.

با توجه به بررسی‌های انجام شده بر روی سه داده ابرطیفی، روش پیشنهادی (IRFCF) در حالت برازش خم با استفاده از تابع کسری گویا در هر بازه و پیدا کردن بهترین درجه صورت و مخرج در کل تصویر برازش دقیق‌تری از منحنی امضای طیفی (پیدا کردن تابع تقریب بهتر و دقیق‌تر) و اعوجاج کمتری هم نسبت به روش دوم دارد.

در هر بازه به دلیل استفاده از توابع با درجات پایین‌تر محاسبات ساده‌تر شده است. روش پیشنهادی (IRFCF) در آزمایش اول به دلیل استفاده از تابع چندجمله‌ای محاسبات ساده‌تری نسبت به حالت‌های دیگر دارد؛ اما از نظر تقریب خوب امضای طیفی و برازش دقیق‌تر منحنی عملکرد ضعیف‌تر و همچنین مقدار PSNR کمتری هم نسبت به حالت‌های دیگر دارد.

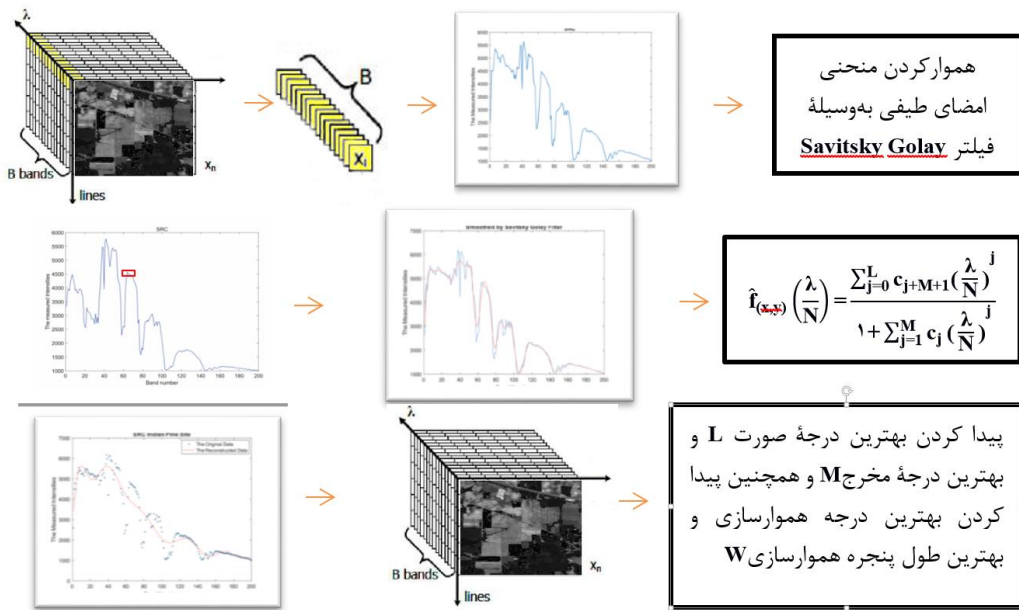
• آزمایش سوم: بازه‌بندی و برازش خم با استفاده از تابع کسری گویا در هر بازه و انتخاب بهینه درجات با توجه به عملکرد در تمام طول امضای طیفی در کل پیکسل‌های تصویر

در آزمایش سوم از این روش، برازش خم در هر تکه با استفاده از یک تابع کسری گویا انجام می‌شود. بهترین درجه صورت و مخرج پس از اعمال برازش خم برای مجموعه تمام بازه‌ها در کل پیکسل‌های تصویر انتخاب می‌شود. در شکل ۱۲ روند اجرای آزمایش سوم به‌طور کامل نشان داده شده است.

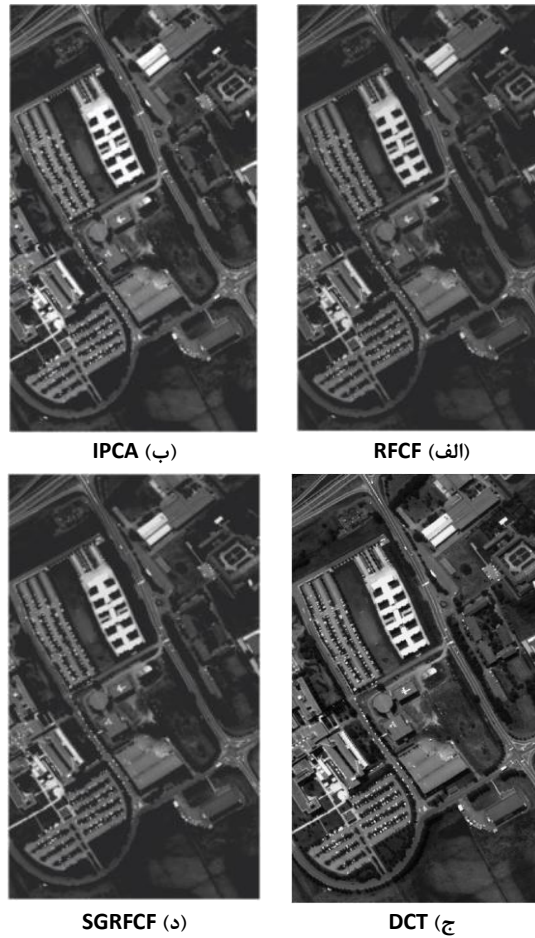
تعداد بازه‌ها  $S=1, \dots, 5$  و به‌ازای مقدار معلوم  $D$  به فرم  $D=15, 20, \dots, 35$ ، بهترین  $L_i$  و  $M_i$  با توجه به عملکرد در تمام طول امضای طیفی کل پیکسل‌ها و با شرط  $L_i + M_i + 1 = D/S$  انتخاب و عملیات فشرده‌سازی و بازسازی باندهای تصویر به کمک رابطه ۱۶ به‌ازای  $\lambda=1, \dots, N$  انجام شد. برای هر مقدار  $D$  بهترین نتیجه به‌ازای بهترین تعداد بازه‌ها استخراج شد.

جدول ۵ نشان‌دهنده مقادیر PSNR برای تصاویر باز-یابی شده از روش‌های RFCF و IRFCF در آزمایش سوم با شرایط ذکر شده است. برای هر مقدار  $D$  نتایج مربوط به مناسب‌ترین درجات و تعداد بازه (متناظر با مقدار PSNR بالاتر) انتخاب و در جدول قرار داده شده است.

شکل ۱۳ تصویر بازبازی شده باند هدفه IPS با روش‌های RFCF، IPCA، DCT و IRFCF را نشان می‌دهد. این روش توانسته به‌خوبی تقریبی از تصویر



(شکل-۱۵) روند فشرده سازی در روش پیشنهادی دوم  
(Figure 15) The process of implementing the SGRFCF method



(شکل-۱۶) تصویر بازبازی شده UP با روش های RFCF, IPCA, DCT, SGRFCF در باند ۲۰ و با تعداد ویژگی ۱۵  
(Figure 16) (a) The Reconstructed data of UP by RFCF (b) IPCA, (c) DCT, (d) SGRFCF Method.

ضرایب متناظر به عنوان ویژگی های جدید در ماتریس جدید داده ها ذخیره می شوند. با بازیابی امضای طیفی و مقایسه آن با امضای طیفی اصلی پیکسل و محاسبه مجموع مربعات خطا می توان بهترین درجات صورت و مخرج تابع تقریب و همچنین بهترین درجات و طول پنجره هموارساز را انتخاب کرد. بیان الگوریتم به صورت شبه کد در زیر می آید:

منحنی بازتاب طیفی تمام پیکسل های داده مورد نظر با درجه هموارساز  $D_{SG}$  و طول پنجره  $W$  هموارشده.

انتخاب پیکسل اول از داده هموارشده.

بر روی خم امضای طیفی برازش خم با تابع کسری گویا با درجه  $L$  در صورت و درجه  $M$  در مخرج انجام شود.

(۴) بهترین ضرایب با بهترین درجات از توابع کسری گویا به عنوان داده های جدید ذخیره شود.

(۵) قدم های ۲ تا ۴ برای تمام پیکسل ها تکرار شود.

(۶) مقدار  $PSNR$  محاسبه می شود.

(۷) از  $L$  تا  $0$  تغییر یابد و  $M$  با رعایت شرط  $M+L+1 = D$  انتخاب شود.

(۸) درجه هموارساز  $D_{SG}$  از  $2$  تا  $4$  تغییر یابد و طول پنجره هموارساز به فرم  $W = 5, 7, 9, \dots, 21$  انتخاب شود.

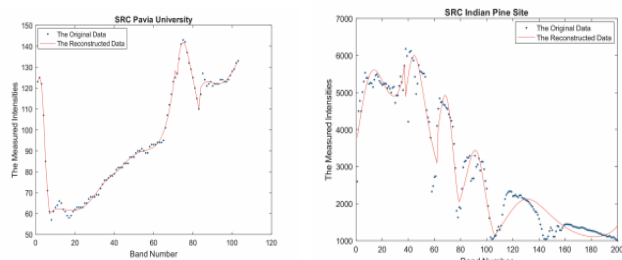
(۹)  $L$  و  $M$  و  $D_{SG}$  و  $W$  متناظر با بهترین  $PSNR$  انتخاب شوند.

(۱۰) ضرایب حاصل به عنوان مقادیر جدید مکتب داده تصویر در نظر گرفته شوند.

در شکل ۱۵ روند اجرای روش  $SGRFCF$  به طور کامل نشان داده شده است.

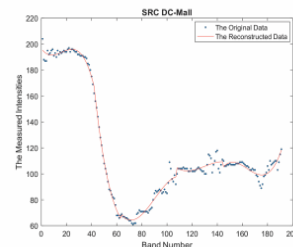
الگوریتم فشرده سازی یادشده بر روی داده های  $IPS$  و  $UP$  و  $DC-Mall$  پیاده سازی و نتیجه با روش  $RFCF$  مقایسه شد. داده مورد نظر به ازای مقادیر مختلف  $W$  و  $D_{SG}$  با شرط  $5 \leq W \leq 21$  و  $2 \leq D_{SG} \leq 4$  هموار و سپس به ازای مقدار معلوم  $D$  و به ازای مقادیر مختلف  $M$  و  $L$  با شرط  $M+L+1 = D$  و  $3 \leq D \leq 35$  عملیات بازسازی باندهای تصویر به کمک رابطه ۴ و به ازای  $\lambda = 1, \dots, N$  انجام شد و برای هر مقدار  $D$  بهترین نتیجه استخراج شد.

شکل ۱۶ تصویر بازیابی شده  $UP$  با روش های  $RFCF$ ،  $IPCA$ ،  $DCT$  و  $SGRFCF$  در در باند بیستم را نشان می دهد. همچنین در شکل ۱۷ (الف و ب و ج) به ترتیب، امضای طیفی اصلی و بازیابی شده برای پیکسل واقع در سطر ۷۶ و ستون یک از مجموعه داده  $IPS$  و پیکسل واقع در سطر ۴۳ و ستون یک از مجموعه داده  $UP$  و پیکسل واقع در سطر ۳۲ و ستون یک از مجموعه داده  $DC-Mall$  به عنوان پیکسل های نمونه رسم شده است.



UP (ب)

IPS (الف)



شکل-۱۳ (۱۳) تصویر بازیابی شده  $IPS$  با روش های  $RFCF$ ،  $IPCA$ ،  $DCT$  و  $IRFCF(Ex.3)$  در باند ۱۷ و با تعداد ویژگی ۱۵

(Figure 13) (a) The Reconstructed data of  $IPS$  by  $RFCF$  (b)  $IPCA$ , (c)  $DCT$ , (d)  $IRFCF$  Method in third experiment.



IPCA (ب)



RFCF (الف)



IRFCF(Ex.3) (د)



DCT (ج)

شکل-۱۴ (۱۴) نمودار بازتاب طیفی پیکسل نمونه در تصویر اصلی (الف)  $IPS$  و (ب)  $UP$  و (ج)  $DC-Mall$  و تصاویر بازیابی شده آنها به روش بازه بندی و برازش خم در آزمایش سوم (Figure 14) The SRC of a typical pixel and its approximation by  $IRFCF$  Method in the third experiment

#### ۴-۲- بهبود فشرده سازی $RFCF$ با استفاده از فیلتر هموارساز $Savitsky-Golay$ ( $SGRFCF$ )

در روش ارائه شده روش فشرده سازی با استفاده از برازش خم پس از اعمال پیش پردازشی به فرم فیلترینگ  $Savitsky-Golay$  انجام خواهد شد؛ که در این صورت، نخست، خم امضای طیفی هر یک از پیکسل های داده اصلی با استفاده از فیلتر  $Savitsky-Golay$  هموار شده و سپس با استفاده از تابع کسری گویا تقریب زده می شوند. سپس

(جدول ۶-۶) مقایسه عملکرد SGRFCF در مقابل RFCF و

IPCA بر حسب معیار PSNR برای داده IPS

(Table 6) Comparing PSNR of IPCA, RFCF, SGRFCF Method for IPS Data Set

Comp Rate N/D	Indian Pine Site					
	D	w	Best (L, M)	PSNR SG RFCF	PSNR RFCF	PSNR IPCA
200/3	3	21	(0,2)	<b>30.40</b>	30.31	29.33
200/4	3	15	(2,1)	<b>58.36</b>	25.00	26.78
200/5	3	5	(3,1)	<b>38.59</b>	26.83	31.46
200/6	3	21	(0,5)	<b>74.50</b>	34.28	48.80
200/7	3	19	(6,0)	<b>73.07</b>	27.78	56.69
200/8	3	17	(3,4)	<b>55.43</b>	34.90	40.37
200/9	4	7	(2,6)	<b>60.37</b>	45.59	55.83
200/10	4	13	(2,7)	<b>59.30</b>	47.53	39.62
200/11	2	15	(7,3)	<b>71.45</b>	34.98	43.15
200/12	3	21	(0,11)	<b>75.64</b>	30.04	36.62
200/13	3	9	(2,10)	<b>72.18</b>	31.33	35.55
200/14	2	13	(12,1)	<b>71.45</b>	60.17	35.02
200/15	2	21	(8,6)	<b>64.44</b>	48.55	37.73
200/20	3	13	(12,7)	<b>60.16</b>	44.38	31.19
200/25	3	15	(1,23)	<b>63.79</b>	45.71	29.66
200/30	3	11	(20,9)	<b>95.65</b>	45.94	32.25
200/35	4	7	(24,10)	<b>73.31</b>	51.44	30.62

(جدول ۷-۷) مقایسه عملکرد SGRFCF در مقابل RFCF و

IPCA بر حسب معیار PSNR برای داده UP

(Table 7) Comparing PSNR of IPCA, RFCF, SGRFCF Method for UP Data Set

Comp Rate N/D	Pavia University					
	D	w	Best (L, M)	PSNR SG RFCF	PSNR RFCF	PSNR IPCA
103/3	4	13	(0,2)	<b>41.28</b>	23.57	36.67
103/4	4	17	(2,1)	<b>44.97</b>	26.90	36.64
103/5	4	19	(1,3)	<b>62.83</b>	25.93	39.04
103/6	3	21	(1,4)	<b>48.34</b>	35.03	27.95
103/7	2	5	(1,5)	<b>47.66</b>	28.02	37.75
103/8	4	5	(2,5)	<b>46.94</b>	46.93	29.51
103/9	3	11	(3,5)	<b>60.20</b>	30.14	37.88
103/10	4	17	(3,6)	<b>48.16</b>	31.55	41.06
103/11	2	17	(4,6)	<b>47.85</b>	31.71	34.22
103/12	3	11	(0,11)	<b>61.64</b>	31.16	36.13
103/13	4	13	(7,5)	<b>59.57</b>	32.73	39.20
103/14	3	17	(8,5)	<b>56.47</b>	42.74	40.42
103/15	3	11	(13,1)	<b>74.87</b>	34.54	44.56
103/20	2	15	(13,6)	<b>66.61</b>	43.89	53.05
103/25	3	17	(17,7)	<b>63.42</b>	39.12	48.19
103/30	4	15	(12,17)	<b>51.83</b>	40.51	53.51
103/35	2	11	(16,18)	<b>64.43</b>	49.77	52.56

(جدول ۸-۸) مقایسه عملکرد SGRFCF در مقابل RFCF و IPCA بر

حسب معیار PSNR برای داده DC-Mall

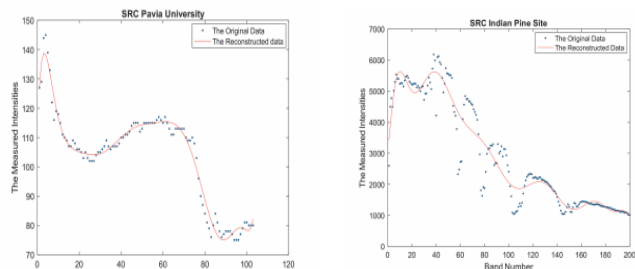
(Table 8) Comparing PSNR of IPCA, RFCF, SGRFCF Method for DC-Mall Data Set

Comp Rate N/D	DCMall					
	D	w	Best (L, M)	PSNR SG RFCF	PSNR RFCF	PSNR IPCA
191/3	3	13	(1,1)	<b>49.09</b>	31.91	34.57
191/4	3	21	(1,2)	<b>39.20</b>	37.09	33.06
191/5	2	21	(4,0)	<b>49.13</b>	48.43	34.55
191/6	4	11	(0,5)	<b>44.34</b>	31.14	40.21
191/7	3	11	(3,3)	<b>63.80</b>	51.79	35.88
191/8	4	11	(4,3)	<b>50.77</b>	30.85	34.42
191/9	2	17	(7,1)	<b>43.53</b>	30.59	36.24
191/10	4	5	(4,5)	<b>76.04</b>	76.04	36.02
191/11	2	7	(8,2)	<b>59.05</b>	43.72	33.93
191/12	4	17	(8,3)	<b>69.44</b>	57.11	34.04
191/13	2	13	(12,0)	<b>57.47</b>	51.00	34.65
191/14	2	7	(13,0)	<b>73.40</b>	66.71	34.46
191/15	4	21	(7,7)	<b>65.18</b>	49.86	34.18
191/20	3	17	(11,8)	<b>102.30</b>	38.43	33.98
191/25	4	13	(14,10)	<b>60.86</b>	42.80	48.10
191/30	4	17	(4,25)	<b>64.59</b>	39.57	53.90
191/35	2	17	(23,11)	<b>70.52</b>	39.47	63.90

درجه و طول پنجره هموارساز و همچنین درجات چندجمله‌ای‌های صورت و مخرج خم‌های گویای برآزان شده در این شکل به ترتیب عبارتند از  $D_{SG}=4$  و  $W=7$  و  $(M=11, L=0)$  و  $W=11$  و  $D_{SG}=3$ ، (IPS)  $(M=10, L=24)$  و  $W=17$  و  $D_{SG}=3$ ، (UP)  $(M=8, L=11)$  و  $W=17$  و  $D_{SG}=3$ ، (DC-Mall)  $(M=8, L=11)$  و  $W=17$  و  $D_{SG}=3$ ، (UP) همان‌طور که مشاهده می‌شود، منحنی رسم‌شده با استفاده از تابع تقریب بدون اعوجاج است و روند منحنی اصلی را طی کرده است؛ اما همچنان تقریبی از آن تابع است. جداول (۶ و ۷ و ۸) دربرگیرنده مقادیر PSNR برای تصاویر بازبایی شده از روش‌های RFCF و SGRFCF برای تصاویر اصلی IPS و UP و DC-Mall است، وقتی که با درجات دو تا چهار و طول پنجره ۵ تا ۲۱ هموار شده است و D از ۳ تا ۱۵ تغییر می‌کند.

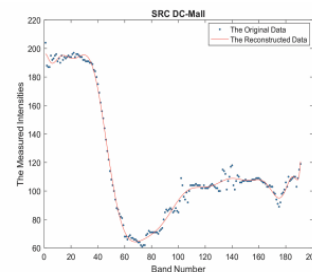
مقدار PSNR برای روش SGRFCF به  $D_{SG}$  و W و همچنین، به M و L و D و M و L و D و W بهترین PSNR انتخاب و در جدول قرار داده شده است.

در روش پیشنهادی (SGRFCF) به دلیل استفاده از فیلتر هموارساز، اعوجاج‌ها به خوبی کاهش پیدا کرده است و امضای طیفی به دست آمده هموارتر شده است، اما از لحاظ دقت به دلیل این که بازبندی نشده است، به خوبی روش پیشنهادی نخست نیست. از طرفی به دلیل این که امضای طیفی در بیشتر باندها به طور دقیق از امضای طیفی اصلی عبور کرده است، مقدار PSNR خوبی دارد.



UP (ب)

IPS (الف)



DC-Mall (ج)

(شکل ۱۷-۱۷) نمودار بازتاب طیفی پیکسل نمونه در تصویر اصلی (الف) IPS و (ب) UP و (ج) DC-Mall و تصویر بازبایی شده آن به روش هموارسازی با SVG و برازش خم (Figure 17) The SRC of a typical pixel and its approximation by SGRFCF Method.



#### ۳-۴ ترکیب بازه‌بندی و پیش‌پردازش هموارسازی Savitsky Golay

روش پیشنهاد شده در این بخش از ترکیب دو روش ارائه شده پیشین تشکیل شده است. در این روش، نخست، خم امضای طیفی از هر پیکسل از داده ابرطیفی توسط فیلتر هموارسازی Savitsky-Golay با درجه هموارسازی  $D_{SG}$  و طول پنجره هموارسازی  $W$  هموار شده؛ سپس هر  $SRC$  را به بازه  $S$  مجاور نهم‌پوشان هریک به طول  $S_i, i = 1, 2, \dots, S$  تقسیم می‌کنیم که نقطه آغازین بازه  $i$  ام، باند  $N_{i-1}+1$  ام و نقطه پایانی آن باند  $N_i$  ام است و  $N_0 = 0$  فرض می‌شود. مقدار  $L_i$  باید با رعایت این شرط از  $0$  تا  $d_i-1$  و همچنین  $D_{SG}$  از  $2$  تا  $4$  و  $W$  به فرم  $W = 5, 7, \dots, 21$  تغییر یابد تا بهترین ضرایب با بهترین درجات از توابع کسری گویا و بهترین طول پنجره و درجه هموارسازی به‌عنوان ویژگی‌های جدید در ماتریس جدید داده‌ها ذخیره شوند. با بازیابی امضای طیفی و مقایسه آن با امضای طیفی اصلی پیکسل و محاسبه مجموع مربعات خطا می‌توان بهترین درجات صورت و مخرج تابع تقریب و همچنین، بهترین درجات و طول پنجره هموارسازی را انتخاب کرد.

بیان الگوریتم به‌صورت شبه‌رمز در زیر می‌آید:

- (1) منحنی بازتاب طیفی تمام پیکسل‌های داده موردنظر با درجه  $D_{SG}$  و طول پنجره  $W$  هموار شود.
- (2) انتخاب پیکسل اول از داده هموار شده.
- (3) برای این پیکسل مجموع قدر مطلق تفاضلات متوالی مقادیر روشنایی  $SRC$  محاسبه شود.
- (4) تعداد قطعات انتخاب شود.
- (5) بر روی  $SRC$  با شروع از نقطه اول نقطه‌ای انتخاب شود که مجموع قدر مطلق تفاضلات  $SRC$  از مجموع کل قدر مطلق تفاضلات تقسیم بر تعداد قطعات ناکمتر شود. این نقطه پایان قطعه اول است.
- (6) با ادامه حرکت بر روی  $SRC$  مکان نقاط انتهایی سایر قطعات نیز مشخص شود.
- (7) برای قطعه مورد نظر یک برازش خم با تابع کسری گویا با درجه  $L_i$  در صورت و درجه  $M_i$  در مخرج انجام شود.
- (8) قدم‌های  $2$  تا  $7$  برای تمام پیکسل‌ها در قطعه مورد نظر با طول متفاوت تکرار شود.
- (9) مقدار  $PSNR$  محاسبه می‌شود.
- (10)  $L_i$  از  $0$  تا  $d_i-1$  تغییر یابد و  $M_i$  با رعایت شرط  $d_i = M_i + L_i + 1$  انتخاب می‌شود.
- (11) درجه هموارسازی  $D_{SG}$  از  $2$  تا  $4$  تغییر یابد و طول پنجره هموارسازی به فرم  $W = 5, 7, 9, \dots, 21$  انتخاب می‌شود.

(۱۲)  $L$  و  $M$  و  $D_{SG}$  و  $W$  و  $S$  متناظر با بهترین  $PSNR$  انتخاب شوند.

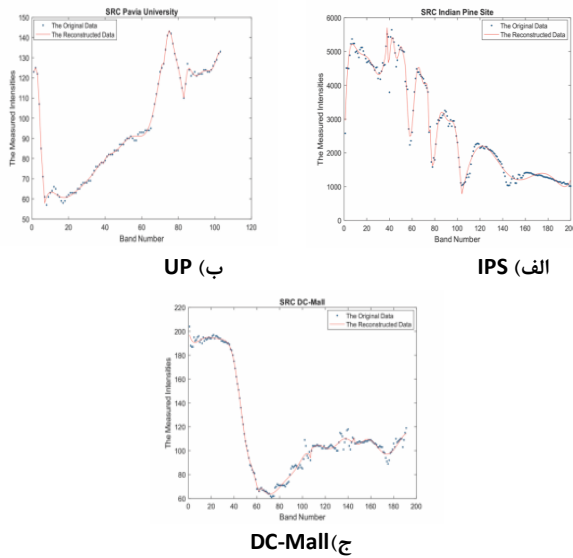
(۱۳) ضرایب حاصل به‌عنوان مقادیر جدید مکتب داده تصویر در نظر گرفته شوند.

در شکل ۱۸ روند اجرای روش پیشنهادی سوم (SGIRFCF) به‌طور کامل نشان داده شده است.

جهت بررسی عملکرد این روش (SGIRFCF) و مقایسه بهتر آن با روش اصلی (RFCF) از تصاویر  $UP$ ،  $DC-Mall$ ،  $IPCA$  استفاده شده است. طول پنجره و درجه هموارسازی با شرط  $2 \leq d \leq 4$  و  $5 \leq W \leq 21$  جهت هموارسازی انتخاب شد. تعداد بازه‌ها  $S = 1, \dots, 5$  و به‌ازای مقدار معلوم  $D$  به فرم  $D = 15, 20, \dots, 35$ ، بهترین  $L_i$  و  $M_i$  در هر بازه با شرط  $L_i + M_i + 1 = D/S$  انتخاب و عملیات فشرده‌سازی و بازسازی باندهای تصویر به کمک رابطه ۱۶ به‌ازای  $N = 1 \dots 9$  انجام شد. شکل ۱۹ تصویر بازیابی شده  $DC-Mall$  با روش‌های  $DC-Mall$ ،  $IPCA$ ،  $DCT$  و  $SGIRFCF$  در باند ۳۴ را نشان می‌دهد.

در شکل ۲۰ (الف و ب و ج) به ترتیب امضای طیفی اصلی و بازیابی شده به روش بیان شده در این بخش به‌ازای  $S=5$  زیر بازه برای پیکسل واقع در سطر ۷۰ و ستون ۱ از مجموعه داده  $IPS$  و  $UP$  و  $DC-Mall$  به‌عنوان پیکسل‌های نمونه رسم شده است. درجه و طول پنجره هموارسازی همچنین درجات چندجمله‌ای‌های صورت و مخرج خم‌های گویای برازان شده در این شکل به ترتیب عبارتند از  $2 = D_{SG}$  و  $W=13$  و  $(M=0, L=7)$ ،  $D_{SG} = 3$  و  $W=11$  و  $(M=1, L=13)$ ،  $D_{SG} = 3$  و  $W=21$  و  $(M=0, L=4)$  ( $DC-Mall$ ). همان‌طور که مشاهده می‌شود منحنی رسم شده با استفاده از تابع تقریب بدون اعوجاج است و بسیار نزدیک به منحنی امضای طیفی داده اصلی است جدول ۱۰ دربرگیرنده مقادیر  $PSNR$  برای تصاویر بازیابی شده از روش‌های  $SGIRFCF$  و  $IPCA$  برای تصاویر  $IPS$  و  $UP$  و  $DC-Mall$  وقتی که  $2 < D_{SG} < 4$  و طول پنجره به فرم  $W = 5, 7, \dots, 21$  هموار شده است و  $D$  از ۳ تا ۱۵ تغییر می‌کند می‌باشد. برای هر مقدار  $D$ ،  $M$  و  $L$  و  $D_{SG}$  و  $W$  و تعداد بازه (متناظر با مقدار  $PSNR$  بالاتر) انتخاب و در جدول قرار داده شده است.

از این رو در روش پیشنهادی (SGIRFCF) به جهت از بین بردن این اعوجاج‌ها و نزدیک کردن خم امضای طیفی تصویر بازیابی شده به مقادیر اصلی از فیلتر هموارسازی Savitsky Golay استفاده شده و به جهت بالاتر بردن دقت و همچنین مقادیر  $PSNR$  و بهبود کیفیت تصویر بدست آمده از تقسیم بازه طیفی به بازه‌های کوچکتر مجاور و نهم‌پوشان استفاده شده است. با توجه به نتایج بدست آمده



(شکل-۲۰) نمودار بازتاب طیفی پیکسل نمونه در تصویر اصلی (الف) IPS و (ب) UP و (ج) DC-Mall و تصاویر بازبازی شده آنها به روش SGIRFCF  
(Figure 20) The SRC of a typical pixel and its approximation by SGIRFCF Method.

### ۵- جمع بندی

در ابتدای این مقاله روش (RFCF) معرفی شد که بر مبنای طبیعت هندسی- جبری خم‌های امضای طیفی پیکسل‌ها و اطلاعات مربوط به ترتیب نقاط روی این خم‌ها است در واقع امضای طیفی پیکسل‌ها به صورت اعضای یک دنباله در نظر گرفته می‌شوند. در این روش تلاش بر این است که با برازش خم کسری گویا (کسری با یک چندجمله‌ای در صورت و یک چندجمله‌ای در مخرج) به هر SRC، از ضرایب چندجمله‌ای‌های صورت و مخرج به عنوان اعضای بردار ویژگی جدید استفاده شود. یکی از مزیت‌های این روش در این است که برخلاف روش‌های دیگر، نحوه تولید ویژگی‌های جدید آن پیکسل به پیکسل است و این ویژگی باعث می‌شود تا پیاده‌سازی الگوریتم به صورت موازی امکان پذیر باشد. در این روش به منظور پیدا کردن یک تقریب خوب برای منحنی بازتاب طیفی از یک تابع کسری گویا استفاده شد، به این دلیل که اولاً قابلیت منطبق شدن بر گروه وسیع تری از اشکال نسبت به الگو چندجمله‌ای دارد و ثانیاً با درست است که توابع چندجمله‌ای فرم نسبتاً ساده تری دارد و همچنین حجم محاسبات کمتری دارد اما بهره‌گیری از توابع گویا نتایج برازش قابل قبول تری را خواهد داشت.

با توجه به مزیت‌هایی که روش فشرده‌سازی (RFCF) دارد اما منحنی بازتاب طیفی بازبازی شده با استفاده از این روش ممکن است در برخی از نقاط دارای اعوجاج باشد.

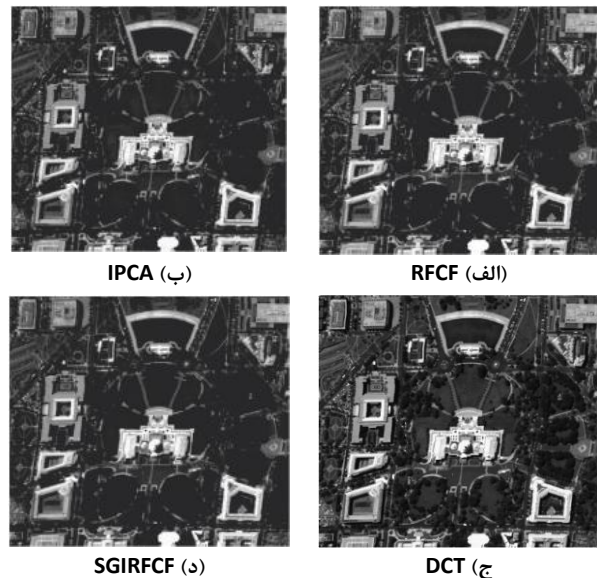
از بخش‌های گذشته روش فشرده‌سازی (SGIRFCF) بسیار کارآمد بوده و کیفیت تصاویر بازبازی شده و همچنین امضای طیفی آن بسیار نزدیک به تصویر اصلی می‌باشد.

### مقایسه روش‌های پیشنهادی

جدول ۱۱ نشان‌دهنده مقادیر PSNR برای تصاویر بازبازی شده از همه روش‌های پیشنهادی و روش اصلی RFCF و همچنین روش PCA و DCT برای تصاویر IPS و UP و DC-Mall می‌باشد. با توجه به مقادیر PSNR تمامی روش‌ها بر روی هر چهار تصویر می‌توان به این نتیجه دست یافت که روش پیشنهادی سوم SGIRFCF از تمام روش‌های مورد مقایسه بهتر عمل کرده و نتایج بهتری دارد.

### پیچیدگی محاسباتی

جدول ۱۲ پیچیدگی محاسباتی (تعداد ضرب) روش‌های پیشنهادی و رقیب را نشان می‌دهد. در این جدول M تعداد پیکسل‌های تصویر، N بعد طیفی، D بعد بردار فشرده و S تعداد بازه‌ها است. از آنجایی که درجه هموارسازی چند جمله‌ای (n) در فیلتر SG بین ۲ تا ۴ است و پیچیدگی فیلتر SG مطابق با مرتبه n2 و لگاریتم اندازه پنجره هموارسازی است، پیچیدگی محاسباتی فیلتر SG ناچیز است. جدول ۱۳ حاوی مقادیر تقریبی پیچیدگی برای مجموعه داده‌های IPS است.



(شکل-۱۹) تصویر بازبازی شده DC-Mall به دو روش RFCF و SGIRFCF در باند ۳۴ و با تعداد ویژگی ۱۵  
(Figure 19) (a) The Reconstructed data of DC-Mall by RFCF (b) IPCA, (c) DCT, (d) SGIRFCF Method.

از این مقاله، سعی در از بین بردن و یا کاهش این اعوجاج-ها با استفاده از چند روش پیشنهادی شد. در روش اول پیشنهادی، با پیدا کردن نقاط اعوجاج و تقسیم منحنی SRC به چند قسمت تعیین شده از همان نقاط و اعمال برازش خم در بازه‌های مجاور و ناهمپوشان ایجاد شده، هم برازش دقیق‌تری انجام شد و تابع تقریب بهتری پیدا شد و هم اعوجاج موجود در آن نقطه از بین رفت. در روش دوم پیشنهادی ابتدا منحنی بازتاب طیفی تک‌تک پیکسل‌های تصویر با استفاده از فیلتر هموارساز Savitsky-Golay هموار شد و سپس با استفاده از برازش خم بهترین تابع تقریب را برای منحنی پیدا و ضرایب بدست آمده به‌عنوان ویژگی‌های جدید داده در نظر گرفته شد. در این روش به‌دلیل استفاده از فیلتر هموارساز داده بازیابی شده بسیار هموارتر بوده و از اعوجاج‌های موجود در آن کاسته شده البته دقت روش اول را به‌دلیل این برازش خم بر روی کل منحنی اعمال می‌شود ندارد. روش سوم پیشنهادی ترکیبی از هر دو روش قبل است به این معنی که ابتدا با استفاده از فیلتر هموارساز Savitsky-Golay منحنی‌های بازتاب طیفی تک‌تک پیکسل‌های تصویر هموار شده و سپس منحنی را به بازه‌های مجاور و ناهمپوشان تقسیم می‌شوند و در هر بازه مشخص شده عمل برازش خم را انجام می‌گیرد. سپس ضرایب بدست آمده از آن به‌عنوان ویژگی‌های جدید تصویر در نظر گرفته می‌شود. با این کار هم اعوجاج‌های موجود از بین می‌رود و هم برازش خم به‌طور دقیق‌تر انجام می‌شود.

در این مقاله، سعی در از بین بردن و یا کاهش این اعوجاج-ها با استفاده از چند روش پیشنهادی شد. در روش اول پیشنهادی، با پیدا کردن نقاط اعوجاج و تقسیم منحنی SRC به چند قسمت تعیین شده از همان نقاط و اعمال برازش خم در بازه‌های مجاور و ناهمپوشان ایجاد شده، هم برازش دقیق‌تری انجام شد و تابع تقریب بهتری پیدا شد و هم اعوجاج موجود در آن نقطه از بین رفت. در روش دوم پیشنهادی ابتدا منحنی بازتاب طیفی تک‌تک پیکسل‌های تصویر با استفاده از فیلتر هموارساز Savitsky-Golay هموار شد و سپس با استفاده از برازش خم بهترین تابع تقریب را برای منحنی پیدا و ضرایب بدست آمده به‌عنوان ویژگی‌های جدید داده در نظر گرفته شد. در این روش به‌دلیل استفاده

(جدول ۱۰- مقایسه عملکرد SGIRFCF در مقابل RFCF بر حسب معیار PSNR برای داده‌های IPS و UP و DC-Mall)  
(Table 10) Comparing PSNR of RFCF, SGIRFCF Method for IPS, UP, DC-MALL Data Set

Com p Rate N/D	Indian Pines Site					Com p Rate N/D	Pavia University					Com p Rate N/D	DC-Mall				
	D	w	Best (L,M)	PSN R RFC F	PSN R SG IRFC F		D	w	Best (L, M)	PSN R RFC F	PSN R SG IRFC F		D	w	Best (L,M)	PSN R RFC F	PSN R SG IRFC F
200/15	3	5	(0,2)	48.55	<b>88.79</b>	103/15	3	11	(13,1)	34.54	<b>74.87</b>	191/15	3	21	(4,0)	49.86	<b>77.20</b>
200/20	3	7	(5,0)	44.38	<b>65.00</b>	103/20	2	15	(13,6)	43.89	<b>66.61</b>	191/20	3	17	(11,8)	38.43	<b>102.30</b>
200/25	2	13	(7,0)	45.71	<b>79.26</b>	103/25	4	17	(2,5)	39.12	<b>75.07</b>	191/25	2	57	(7,0)	42.80	<b>79.52</b>
200/30	3	11	(20,9)	45.94	<b>95.65</b>	103/30	2	17	(3,4)	40.51	<b>69.51</b>	191/30	4	17	(4,25)	39.57	<b>64.59</b>
200/35	4	7	(24,10)	51.44	<b>73.31</b>	103/35	3	9	(4,1)	49.77	<b>72.23</b>	191/35	2	17	(23,11)	39.47	<b>70.52</b>

(جدول ۱۱- مقایسه عملکرد روش‌های معرفی شده بر حسب معیار PSNR برای داده‌های IPS و UP و DC-Mall)  
(Table 11) Comparing PSNR of all Methods for IPS, UP, DC-MALL Data Set

Compression Rate N/D	Indian Pine Site							
	PCA	DCT	RFCF	IRFCF			SG- RFCF	SG- IRFCF
				Ex1	Ex2	Ex3		
PSNR	PSNR	PSNR	PSNR	PSNR	PSNR	PSNR	PSNR	
200/15	37.73	24.27	48.55	47.12	52.00	48.55	64.44	<b>88.79</b>
200/20	31.19	26.64	44.38	51.15	44.38	51.15	60.16	<b>65.00</b>
200/25	29.66	33.14	45.71	73.49	73.49	73.49	63.79	<b>79.26</b>
200/30	32.25	33.78	45.94	44.88	45.94	54.49	<b>95.65</b>	<b>95.65</b>
200/35	30.62	31.76	51.44	42.26	51.44	51.44	<b>73.31</b>	<b>73.31</b>
Compression Rate	Pavia University							
	PCA	DCT	RFCF	IRFCF			SG-RFCF	SG- IRFCF
				Ex1	Ex2	Ex3		
PSNR	PSNR	PSNR	PSNR	PSNR	PSNR	PSNR	PSNR	

N/D	PSNR	PSNR	PSNR	PSNR	PSNR	PSNR	PSNR	PSNR
103/15	44.56	28.40	34.54	58.57	35.05	58.57	<b>74.87</b>	<b>74.87</b>
103/20	53.05	31.27	43.89	59.67	43.89	59.67	<b>66.61</b>	<b>66.61</b>
103/25	48.19	52.02	39.12	64.55	43.79	64.55	63.42	<b>75.07</b>
103/30	53.51	35.51	40.51	53.00	40.51	53.00	51.83	<b>69.51</b>
103/35	52.56	36.16	49.77	46.43	49.77	49.77	64.43	<b>72.23</b>
Compression Rate N/D	<b>DC-Mall</b>							
	PCA	DCT	RFCF	IRFCF			SG-RFCF	SG-IRFCF
				Ex1	Ex2	Ex3		
	PSNR	PSNR	PSNR	PSNR	PSNR	PSNR	PSNR	PSNR
191/15	34.18	42.08	49.86	49.86	49.86	49.86	65.18	<b>77.20</b>
191/20	33.98	40.71	38.43	38.43	38.43	38.43	<b>102.30</b>	<b>102.30</b>
191/25	48.10	39.30	42.80	43.69	42.80	43.69	60.86	<b>79.52</b>
191/30	53.90	42.71	39.57	47.20	54.63	47.20	64.59	<b>64.70</b>
191/35	63.90	56.41	39.47	64.40	39.50	64.40	<b>70.52</b>	<b>70.52</b>

(جدول ۱۲) مقایسه هزینه محاسباتی روش های معرفی شده و دیگر روش ها

(Table 12) Comparing computational cost of all Methods

Method	Complexity	Method	Complexity
PCA	$O(MN^2) + O(N^3) + O(MDN)$	DCT	$MO(N \log N)$
IRFCF Ex1	$SMO(D/S)^3$	RFCF	$MO(D^4)$
IRFCF (EX. 2)	$SDMO(D/S)^3$	IRFCF (EX. 3)	$SDMO(D/S)^3$
SG-RFCF	$MO(D^4)$	SG-IRFCF	$SDMO(D/S)^3$

(جدول ۱۳) مقایسه پیچیدگی روش های معرفی شده و دیگر روش ها

(Table 13) Approximated amounts of Complexity for ips data set

Compression Rate N/D	Indian Pine Site							
	PCA	DCT	RFCF	IRFCF			SG-RFCF	SG-IRFCF
				Ex1	Ex2	Ex3		
200/15	109	107	109	106	15*106	15*106	109	15*106
200/20	109	107	3*109	6*106	12*107	12*107	3*109	12*107
200/25	109	107	8*109	13*106	32*107	32*107	8*109	32*107
200/30	109	107	17*109	23*106	70*107	70*107	17*109	70*107
200/35	109	107	31*109	36*106	12*108	12*108	31*109	12*108

imaging systems. IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine, 2(3), 8-26.

- [5] Li, F., Lukin, V., Ieremeiev, O., & Okarma, K. (2022). Quality Control for the BPG Lossy Compression of Three-Channel Remote Sensing Images. *Remote Sensing*, 14(8), 1824.
- [6] Miguel, A. C., Ladner, R. E., Riskin, E. A., Hauck, S., Barney, D. K., Askew, A. R., & Chang, A. (2006). Predictive coding of hyperspectral images. In *Hyperspectral Data Compression* (pp. 197-231). Springer, Boston, MA.
- [7] Christophe, E. (2011). Hyperspectral data compression tradeoff. In *Optical remote sensing*. Springer, Berlin, Heidelberg. p. 9-29.
- [1] Keshavarz, A. (2008), Classification of Hyperspectral Images Using Spatial Information, PhD. Desertation, Faculty of electrical and computer engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.
- [2] Chang, C. I. (2013). *Hyperspectral data processing: algorithm design and analysis*. John Wiley & Sons.
- [3] Dhawan, S. (2011). A review of image compression and comparison of its algorithms. *International Journal of electronics & Communication technology*, 2(1), 22-26.
- [4] Blanes, I., Magli, E., & Serra-Sagrista, J. (2014). A tutorial on image compression for optical space

## 6- Refrence

## ۶- مراجع



- [25] Beitollahi, M., & Hosseini, S. A. (2018, May). Using savitsky-golay smoothing filter in hyperspectral data compression by curve fitting. In Electrical Engineering (ICEE), Iranian Conference on (pp. 452-457). IEEE.
- [26] Beitollahi, M., & Hosseini, S. A. (2018, July). Hyperspectral Data Compression by Using Rational Function Curve Fitting in Spectral Signature Subintervals. In 2018 11th International Symposium on Communication Systems, Networks & Digital Signal Processing (CSNDSP) (pp. 1-6). IEEE.
- [27] Kamandar, M., & Ghassemian, H. (2012). Linear feature extraction for hyperspectral images based on information theoretic learning. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 10(4), 702-706.
- [28] Beitollahi, M., & Hosseini, S. A. (2016, July). Using curve fitting for spectral reflectance curves intervals in order to hyperspectral data compression. In 2016 10th International Symposium on Communication Systems, Networks and Digital Signal Processing (CSNDSP) (pp. 1-5). IEEE.
- [8] Sujithra, D. S., Manickam, T., & Sudheer, D. S. (2013). Compression of hyperspectral image using discrete wavelet transform and Walsh Hadamard transform. Int. J. Adv. Res. Electron. Commun. Eng.(IJARECE), 2, 314-319.
- [9] Hosseini, S. A., & Ghassemian, H. (2016). Rational function approximation for feature reduction in hyperspectral data. Remote Sensing Letters, 7(2), 101-110.
- [10] Hosseini, S. A., & Ghassemian, H. (2016). Hyperspectral data feature extraction using rational function curve fitting. International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 30(01), 1650001.
- [11] Fang, L., & Gossard, D. C. (1995). Multidimensional curve fitting to unorganized data points by nonlinear minimization. Computer-Aided Design, 27(1), 48-58.
- [12] Boyd, J. P. (1992). Defeating the Runge phenomenon for equispaced polynomial interpolation via Tikhonov regularization. Applied Mathematics Letters, 5(6), 57-59.
- [13] Epperson, J. F. (1987). On the Runge example. The American Mathematical Monthly, 94(4), 329-341.
- [14] Amindavar, H., & Ritcey, J. A. (1994). Padé approximations of probability density functions. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 30(2), 416-424.
- [15] Savitzky, A., & Golay, M. J. (1964). Smoothing and differentiation of data by simplified least squares procedures. Analytical chemistry, 36(8), 1627-1639.
- [16] Steinier, J., Termonia, Y., & Deltour, J. (1972). Smoothing and differentiation of data by simplified least square procedure. Analytical chemistry, 44(11), 1906-1909.
- [17] Madden, H. (1978). Comments on smoothing and differentiation of data by simplified least square procedure. Analytical Chemistry, 50(9), 1383-86.
- [18] Ruffin, C., & King, R. L. (1999, June). The analysis of hyperspectral data using Savitzky-Golay filtering-theoretical basis. 1. In IEEE 1999 International Geoscience and Remote Sensing Symposium. IGARSS'99 (Cat. No. 99CH36293) (Vol. 2, pp. 756-758). IEEE.
- [19] King, R. L., Ruffin, C., LaMastus, F. E., & Shaw, D. R. (1999, June). The analysis of hyperspectral data using Savitzky-Golay filtering-practical issues. 2. In IEEE 1999 International Geoscience and Remote Sensing Symposium. IGARSS'99 (Cat. No. 99CH36293) (Vol. 1, pp. 398-400). IEEE.
- [20] Beitollahi, M., & Hosseini, S. A. (2017, May). Using Savitsky-Golay filter and interval curve fitting in order to hyperspectral data compression. In 2017 Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE) (pp. 1967-1972). IEEE.
- [21] Universidad-del-Pais-Vasco. Hyperspectral Remote Sensing Scenes [Online].
- [23] Available: [http://www.ehu.es/ccwintco/index.php?title=Hyperspectral\\_Remote\\_Sensing\\_Scenes](http://www.ehu.es/ccwintco/index.php?title=Hyperspectral_Remote_Sensing_Scenes).
- [24] Landgrebe, D. A. (2003). Signal theory methods in multispectral remote sensing (Vol. 24). John Wiley & Sons.



**مرسده بیت الهی** دانش آموخته  
کاردانی و کارشناسی ناپیوسته  
مهندسی برق الکترونیک و  
کارشناسی ارشد مهندسی برق  
مخابرات از دانشگاه آزاد اسلامی واحد  
یادگار امام تهران است. وی هم اکنون نامزد دکترای برق  
مخابرات در واحد علوم و تحقیقات دانشگاه آزاد اسلامی می  
باشد. زمینه های پژوهشی فعلی ایشان یادگیری ماشین،  
پردازش سیگنال های مخابراتی و پردازش تصویر می باشد.  
نشانی رایانامه ایشان عبارت است از:

**Mersedeh\_beitollahi@yahoo.com**



**سید ابوالفضل حسینی** تحصیلات  
کارشناسی مهندسی برق کنترل را در  
دانشگاه صنعتی شریف و کارشناسی  
ارشد مهندسی برق مخابرات را در  
دانشگاه صنعتی خواجه نصیر به پایان  
رساند. همچنین ایشان دارای مدرک دکترای برق مخابرات از  
دانشگاه تربیت مدرس است. ایشان عضو هیات علمی  
دانشگاه آزاد اسلامی واحد یادگار امام خمینی (ره) است.  
زمینه های پژوهشی ایشان مباحثی نظیر یادگیری ماشین،  
پردازش تصویر، مهندسی سنجش از دور، رمزنگاری و  
فیلترهای وقفی را در بر می گیرد. نشانی رایانامه ایشان  
عبارت است از:

**abolfazl.hosseini@modares.ac.ir**