

تجزیهٔ تُنک تصاویر ابر طیفی با استفاده از یک کتابخانهٔ طیفی هرس شده

حسین فیاضی^{۱*}, حمید دهقانی^۲ و مجتبی حسینی^۳

^۱مجتمع فناوری اطلاعات و ارتباطات، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

^۲مجتمع مهندسی برق و الکترونیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

^۳دانشکده مهندسی کامپیوتر، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران



چکیده

تجزیهٔ طیفی تصاویر ابر طیفی یکی از زمینه‌های پژوهشی مهم در سنجش از دور است. در همین اواخر استفاده مستقیم از کتابخانه‌های طیفی برای انجام تجزیهٔ طیفی افزایش یافته است. در این روش‌ها که به تجزیهٔ تُنک موسومند، نیازی به استخراج مواد پایه و تعیین تعداد آن‌ها از قبل نیست؛ اما از آن‌جا که کتابخانه‌های طیفی حاوی طیف‌هایی هستند که همبستگی زیادی دارند، روش‌های تجزیهٔ تُنک ممکن است، راه حل‌های نیمه بهینه‌ای تولید کنند. از طرف دیگر بسیاری از این روش‌ها، نسبت به نوشه حساس بوده و علاوه براین به راه حل بهطور کامل تُنکی منجر نمی‌شوند. در این مقاله برای حل مشکلات بالا، در ابتدا کتابخانهٔ طیفی براساس اطلاعات طیفی موجود در تصویر و با استفاده از تکنیک‌های خوش‌بندی و طبقه‌بندی، هرس شده و سپس از الگوریتم ننتیک برای تجزیهٔ تُنک استفاده شده است. آزمایش‌های انجام شده بر روی تصاویر آزمایشی و واقعی نشان می‌دهد که روش پیشنهادی، در تصاویر با نسبت سیگنال به نوشه کم و تصاویر واقعی نتایج بهتری به دست می‌دهد.

واژگان کلیدی: تصاویر ابر طیفی، هرس کتابخانهٔ طیفی، تجزیهٔ تُنک.

Sparse unmixing of hyper-spectral images using a Pruned spectral library

Hossein Fayyazi^{1*}, Hamid Dehghani² & Mojtaba Hosseini³

¹Faculty of ICT, Malek-Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

²Faculty of Electrical and Electronic Engineering, Malek-Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

³Department of Computer Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

Abstract

Spectral unmixing of hyperspectral images is one of the most important research fields in remote sensing. Recently, the direct use of spectral libraries in spectral unmixing is on increase. In this way which is called sparse unmixing, we do not need an endmember extraction algorithm and the number determination of endmembers priori. Since spectral libraries usually contain highly correlated spectra, the sparse unmixing approach leads to non-admissible solutions. On the other hand, most of the proposed solutions are not noise-resistant and do not reach to a sufficiently high sparse solution. In this paper, with the purpose of overcoming the problems above, at first the spectral library will be pruned based on the spectral information of the

* نویسندهٔ عهده‌دار مکاتبات

image, clustering and classification techniques. Then a genetic algorithm will be used for sparse unmixing. The experimental results on the simulated and real images show that the proposed method gives good results in noisy images.

Keywords: Hyper-spectral images, Spectral Library Pruning, Sparse Unmixing.

مرجع مواد مختلف هستند که در شرایط آزمایشگاهی تهیه شده‌اند. از آن جا که تعداد کل مواد پایه موجود در صحنه بسیار کمتر از تعداد مواد موجود در کتابخانه طیفی است، روش‌هایی که ارائه می‌شوند، سعی دارند راه حل‌هایی ارائه دهند که منجر به ماتریس‌های فراوانی تُنکی شوند و از این‌رو به تجزیه تُنک موسونند.

در روش تجزیه تُنک، نیازی به استخراج مواد پایه و تعیین تعداد آن‌ها از قبل نیست؛ اما از آن جا که کتابخانه‌های طیفی حاوی طیف‌هایی هستند که همبستگی بالایی دارند، روش‌های تجزیه تُنک ممکن است راه حل‌های نیمه بهینه‌ای تولید کنند؛ بنابراین بایستی بهنحوی طیف موادی را که به‌احتمال در تصویر وجود ندارند، از کتابخانه طیفی حذف کرد. به بیان دیگر، بهتر است قبل از تجزیه تُنک، کتابخانه طیفی هرس شود. از طرف دیگر بسیاری از روش‌هایی که برای تجزیه تُنک ارائه شده‌اند، نسبت به نوافه حساس بوده و علاوه‌براین به راه حل به‌طور کامل تُنکی منجر نمی‌شوند. یکی از مشکلاتی که استفاده مستقیم از کتابخانه طیفی دارد، این است که ممکن است، طیف مواد پایه موجود در کتابخانه و تصویر مورد بررسی در شرایط یکسان تهیه نشده باشد (که به طور معمول این امکان صحت دارد) و این امر می‌تواند باعث شود که تخمینی که برای میزان فراوانی پیکسل‌های ترکیبی به‌دست می‌آید، کمی با واقعیت فاصله داشته باشد. مواد پایه‌ای که از روی خود تصویر استخراج می‌شوند، این مزیت را دارند که شرایط تصویربرداری برای این طیف‌ها و پیکسل‌های ترکیبی تصویر یکسان بوده است؛ اما همان طور که در قبل نیز بیان شد، ممکن است این مواد پایه لزوماً در تصویر وجود نداشته باشند.

در این مقاله برای هرس کتابخانه طیفی، روشی مبتنی بر یادگیری ماشین، ارائه شده است. در روش پیشنهادی، ابتدا یک فضای ویژگی جدید برای طیف‌های هر یک از مواد موجود در کتابخانه طیفی در نظر گرفته و سپس کتابخانه طیفی با استفاده از این فضای ویژگی و روش K-

⁵ Spectral Library

⁶ Sparse Unmixing

۱- مقدمه

به علم تجزیه و تحلیل یک شیء بدون تماس مستقیم با آن در اصطلاح سنجش از دور^۱ گویند^[۱]. امروزه، تصاویر ابرطیفی که به‌کمک حس‌گرهای ابرطیفی تهیه می‌شوند، مفهوم آشنا‌یابی در سنجش از دور هستند. این حس‌گرهای قادر به نمونه‌برداری از طیف الکترومغناطیس در صدها باند طیفی باریک و نزدیک به هم هستند. درواقع این تصاویر را می‌توان مکعبی از داده دانست که دو بعد مکانی و صدها باند طیفی داشته و هر پیکسل آن برداری از مقادیر تابش و بازتابش ماده یا موادی که در آن پیکسل حضور دارند، در طیف الکترومغناطیس است.

چنانچه در هر پیکسل تنها یک ماده وجود داشته باشد، پیکسل خالص و در صورتی که چند ماده مختلف حضور داشته باشند، پیکسل ترکیبی^۲ نامیده می‌شود. پیکسل‌های ترکیبی بواسطهٔ وضوح کم حس‌گرهای تصویربرداری (به‌طور معمول بیشتر از پنج متر بر پیکسل) و یا وجود چند ماده در سطح تحت پوشش یک پیکسل به وجود می‌آیند. این ترکیب می‌تواند خطی و یا غیرخطی باشد.

به فرایند تعیین مواد موجود در صحنه (که به مواد پایه^۳ معروفند) و تخمین میزان فراوانی شان در هر پیکسل در اصطلاح تجزیه طیفی^۴ گویند. تاکنون، روش‌های مختلفی برای تجزیه طیفی تصاویر ابرطیفی ارائه شده است. در بسیاری از این روش‌ها فرض شده است که تعداد مواد پایه موجود در صحنه معلوم بوده و از سوی دیگر، مواد خالص در تصویر وجود دارند که البته در بسیاری از موارد، این فرض‌ها صحیح نیستند. از طرف دیگر، در روش‌هایی که این فرض‌ها را در نظر نمی‌گیرند، گاهی طیف‌هایی به عنوان طیف خالص به‌دست می‌آیند که مجازی بوده و وجود فیزیکی ندارند.

در همین اواخر برای غلبه بر مشکلات بالا، برای انجام عمل تجزیه طیفی، به‌طور مستقیم از کتابخانه‌های طیفی^۵ استفاده می‌شود. کتابخانه‌های طیفی منبعی از طیف‌های

¹ Remote-sensing

² Mixed pixel

³ Endmember

⁴ Spectral Unmixing



در مدل ترکیب خطی^۴، هر پیکسل تصویر به صورت ترکیب وزن داری از مواد پایه موجود در صحنه بیان می‌شود که وزن‌ها متناسب با سطحی از پیکسل هستند که توسط هر ماده پوشیده شده است. در این مدل، طیف هر پیکسل از تصویر را می‌توان با فرمول زیر بیان کرد [۲].

$$S_{1 \times L} = A_{1 \times p} E_{p \times L} + N_{1 \times L} \quad (1)$$

که در آن A یک ماتریس $p \times 1$ و نشان‌دهنده مقادیر فراوانی هر یک از مواد پایه است. E یک ماتریس $L \times p$ و نشان‌دهنده طیف مواد پایه است. N ماتریس نویه و S طیف پیکسل است. مدل ترکیب خطی دارای دو محدودیت فیزیکی است، محدودیت نخست آن است که مقادیر فراوانی بایستی نامنفی باشند (ANC)^۵ و محدودیت دوم این که مجموع فراوانی‌های مواد پایه در هر پیکسل بایستی یک شود ASC ^۶. فرمول‌های این دو محدودیت به قرار زیرند [۲].

$$ANC: \alpha_k(i, j) \geq 0, k=1, \dots, P \quad (2)$$

$$ASC: \sum_{k=1}^p \alpha_k(i, j) = 1 \quad (3)$$

۳- مرور کارهای انجام شده

در این بخش به بررسی روش‌های مختلف تجزیه طیفی می‌پردازیم. روش‌ها را در دو دسته کلی (آ) استخراج مواد پایه و وارون‌سازی و (ب) تجزیه تُنک بررسی می‌کنیم. از آن جا که یکی از پیش‌پردازش‌هایی که برای افزایش سرعت و دقیق تجزیه تُنک می‌توان انجام داد، هرس کتابخانه طیفی است، این روش‌ها نیز مورد بررسی قرار می‌گیرند.

۳-۱-۳- روش‌های استخراج مواد پایه و وارون‌سازی

در همین اواخر الگوریتم‌های خودکار و یا نیمه‌خودکار مختلفی برای استخراج مواد پایه ارائه شده‌اند. بردارهای طیفی که بر اساس مدل ترکیب خطی تولید می‌شوند، در سیمپلکسی قرار دارند که رئوس آن متناظر با مواد پایه است. برخی از مجموعه داده‌ها حاوی پیکسل‌های خالص هستند؛ به بیان دیگر، در این مجموعه داده بهازای هر ماده پایه m_k ، دست‌کم یک پیکسل خالص وجود دارد. برخی از مجموعه داده‌ها شامل پیکسل‌های خالص نیستند؛ اما در هر رویه آن حداقل

^۵ Abundance Non-negativity Constraint

^۶ Abundance Sum-to-one Constraint

Means خوش‌بندی می‌شود. شماره خوش‌بندی که برای هر یک از طیف‌ها به دست می‌آید به عنوان برچسب آن طیف در نظر گرفته می‌شود. مقادیر مختلفی نویه به طیف‌های اصلی اضافه شده و با همان برچسب طیف اصلی، به عنوان داده آموزشی در نظر گرفته می‌شوند؛ سپس از این داده‌ها برای یادگیری یک طبقه‌بندی کننده، استفاده می‌شود. در مرحله بعد برای هرس کتابخانه طیفی، طبقه‌بندی کننده تعیین می‌کند که هر پیکسل تصویر به کدام یک از خوش‌بندی کتابخانه تعلق دارد. با این روش به‌اطمینان خوش‌بندی وجود خواهد داشت که هیچ پیکسلی از تصویر متعلق به آن نیست. طیف‌هایی از کتابخانه که به این خوش‌بندی که هیچ پیکسلی عضو آن‌ها نیست) تعلق دارند، از کتابخانه طیفی حذف شده و به این ترتیب کتابخانه طیفی هرس می‌شود و طیف مواد پایه نامزد از آن استخراج و در مرحله نهایی، مقادیر فراوانی مواد پایه نامزد با استفاده از الگوریتم ژنتیک تعیین می‌شوند.

برای مقایسه نتایج حاصل از طبقه‌بندی کننده‌های مختلف، از سه طبقه‌بندی کننده درخت تصمیم^۱، شبکه عصبی^۲ و K نزدیک‌ترین همسایگی^۳ استفاده شده است. همچنین کارایی الگوریتم ژنتیک با دو الگوریتم پرکاربرد در زمینه تجزیه تُنک مقایسه شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند که در تصاویری با نسبت سیگنال به نویه کم، الگوریتم پیشنهادی بهتر از الگوریتم‌های موجود کار می‌کند. ادامه مقاله به صورت زیر سازماندهی شده است. بخش دوم مدل ترکیب خطی را با جزئیات بیشتری معرفی می‌کند. در بخش سوم کارهای انجام‌شده در زمینه تجزیه تُنک معرفی می‌شوند. بخش چهارم روش ارائه‌شده را تشریح می‌کند. بخش پنجم، نتایج آزمایش‌های الگوریتم بر روی تصاویر آزمایشی و واقعی را ارائه می‌دهد. در بخش ششم نیز نتیجه‌گیری آمده است.

۲- مدل ترکیب خطی

همان‌طور که در مقدمه بیان شد، ترکیب پیکسل‌های ترکیبی می‌تواند به دو صورت خطی و غیرخطی باشد. از آن جا که راه حل ارائه‌شده در این مقاله برای مدل ترکیب خطی است، در این بخش به بررسی دقیق‌تر این مدل پرداخته می‌شود.

^۱ Decision Tree

^۲ Neural Network

^۳ K-Nearest Neighbor

^۴ Linear Mixture Model

روش‌ها در هر رأس سیمپلکس، یک ماده پایه وجود دارد. این فرض اگرچه منجر به طراحی الگوریتم‌های با پیچیدگی محاسباتی پایین می‌شود، اما ممکن است در بسیاری از تصاویر، فرض درستی نباشد. این روش‌ها پرکاربردترین روش‌های استخراج مواد پایه در تجزیه طیفی هستند؛ چون بار محاسباتی پایینی داشته و درک آن‌ها آسان است [4].

برخی از مهم‌ترین الگوریتم‌های این دسته از روش‌ها به قرار زیرند. ^{۱۰}VCA، ^{۱۱}N-FINDR، ^{۱۲}PPI، ^{۱۳}SGA، ^{۱۴}SMACC، ^{۱۵}SMAX، ^{۱۶}AVMAX و ^{۱۷}CFF.

در پایان، ذکر این نکته ضروری است که برخی از این الگوریتم‌ها، به یک مرحله تخمین تعداد ابعاد نیاز دارند که در مدل ترکیب خطی، این امر منجر به نیاز به تخمین تعداد مواد پایه می‌شود.

۳-۱-۱-۳- روش‌های استخراج مواد پایه مبتنی بر پیکسل‌های ناخالص^{۱۱}

فرض وجود پیکسل خالص در تصویر، همیشه یک فرض درست نیست؛ چون ممکن است به دلیل دقت مکانی پایین حس‌گرهای ابرطیفی، حالتی پیش آید که هیچ‌یک از پیکسل‌های تصویر خالص نباشند. برای حل این مشکل، روش‌هایی با فرض عدم وجود پیکسل خالص معرفی شده‌اند. این روش‌ها سعی دارند، مواد پایه مجازی (که به لزوم ممکن است در مجموعه نمونه‌های داده ورودی وجود نداشته باشند) را با یافتن سیمپلکسی با کمینه حجم که تمام مشاهدات را در بر می‌گیرد، حل کنند. برخی از این روش‌ها به قرار زیرند:

^{۱۸}SPICE، ^{۱۹}SSEE، ^{۲۰}MVC-NMF و ^{۲۱}SISAL، ^{۲۲}CCA، ^{۲۳}ORASIS، ^{۲۴}AMEE، ^{۲۵}ICE، ^{۲۶}SISAL.

شرط لازم برای این‌که این تکنیک‌ها به تخمین خوبی دست پیدا کنند، این است که حداقل ۱ - p بردار طیفی در هر روش سیمپلکس وجود داشته باشد. همان‌طور که در قبل نیز نشان داده شد، این شرط به طور معمول در

¹¹Non-pure pixel-based endmember extraction

¹²Optical Real-time Adaptive Spectral Identification System

¹³Convex Cone Analysis

¹⁴Automatic Morphological Endmember Extraction

¹⁵Iterated Constrained Endmembers

¹⁶Minimum Volume Constrained Non-negative Matrix Factorization

¹⁷Spatial-Spectral Endmember Extraction

¹⁸Sparsity Promoting ICE

¹⁹Minimum Volume Simplex Analysis

²⁰Simplex Identification via Split Augmented Lagrangian

۱ - p بردار طیفی وجود دارد. در هر دوی این سناریوها می‌توان مواد پایه را با محاط کردن سیمپلکسی با حجم کمینه به داده‌ها، به دست آورد. این ایده ساده اما قادر تمند، توسط Craig در [3] معرفی شد که تعدادی از الگوریتم‌های تجزیه طیفی هندسی بر این اساس استوارند؛ اما در برخی از موارد، سیمپلکس با حجم حداقل، کوچک‌تر از سیمپلکس واقعی است. دلیل این امر آن است که مجموعه داده‌ها به شدت با یکدیگر ترکیب شده و هیچ بردار طیفی نزدیک رویه‌های سیمپلکس وجود ندارد. برای این‌گونه مسائل، از روش‌های آماری که در آن ماتریس ترکیب و مقادیر فراوانی به عنوان یک مسئله استنتاج آماری با استفاده از مدل‌های گرفته می‌شوند، استفاده می‌شود [4].

بر این اساس، روش‌های استخراج مواد پایه را می‌توان به دو دسته کلی روش‌های هندسی و روش‌های آماری تقسیم کرد.

۳-۱-۱-۳- روش‌های تجزیه طیفی خطی هندسی

۳-۱-۱-۳-۱- روش‌های استخراج مواد پایه مبتنی بر طبقه‌های خالص^۱

در این دسته از روش‌ها، دسته‌ای از مواد پایه به عنوان یک طبقه خالص در نظر گرفته می‌شوند و مسئله استخراج مواد پایه با این فرض حل می‌شود [۵]-[۸]. در صورتی که در بسیاری از روش‌های موجود برای هر ماده پایه، طیف یک ماده در نظر گرفته می‌شود. زمانی که از چند طیف برای نشان دادن یک طبقه خالص استفاده می‌شود، کلمه ماده پایه به تمام طیف‌هایی که طبقه خالص را مدل می‌کنند اشاره دارد [۹].

۳-۱-۱-۳-۲- روش‌های استخراج مواد پایه مبتنی بر پیکسل‌های خالص^۲

در این روش‌ها، فرض می‌شود که برای هر ماده پایه، حداقل یک پیکسل خالص در تصویر وجود دارد. به بیان دیگر در این

¹ Pure class-based endmember extraction

² Pure pixel-based endmember extraction

³ Pixel Purity Index

⁴ Iterative Error Analysis

⁵ Vertex Component Analysis

⁶ Simplex Growing Algorithm

⁷ Sequential Maximum Angle Convex Cone

⁸ Alternative Volume Maximization

⁹ Successive Volume Maximization

¹⁰ Collaborative Convex Framework

بین طیف تصویر و طیف حاصل را از ترکیب مواد پایه با ضرایبی که در این مرحله تعیین می شود، کمینه می کند. روش های تجزیه طیفی فراوانی وجود دارد که در آن مراحل تعیین مواد پایه و وارون سازی، به طور همزمان انجام می شوند [4].

در ادامه به معرفی برخی از روش هایی که تا به حال برای تجزیه تُنک و هرس کتابخانه طیفی ارائه شده اند، می پردازیم. در [29] روشی برای هرس کتابخانه طیفی ارائه شده است که براساس این ایده کار می کند که بیشتر داده های ابرطیفی در یک زیرفضای کوچکتر حضور دارند. مرجع [30]، یک الگوریتم دومرحله ای برای تجزیه تُنک ارائه داده است که در آن در مرحله نخست مشابه الگوریتم پردازش سیگنال آرایه طبقه بندی چند سیگناله^۴ زیرمجموعه ای از عناصر کتابخانه که طیف مواد پایه موجود در صحنه در آنها وجود دارد، انتخاب می شوند. در مرحله دوم، با استفاده از رگرسیون تُنک همکاری کننده^۵، که یکی از شکل های رگرسیون تُنک ساخت یافته است، تجزیه طیفی انجام می شود.

در [31] چهار الگوریتم تکراری^۶، MPP^۷، ISMA^۸ و TwIST^۹ برای تجزیه تُنک معرفی و مقایسه شده اند. MPP الگوریتمی است که برای داده های بدون نویه نتایج خوبی به دنبال دارد، ولی مقادیر فراوانی که حاصل می شود، محدودیت های ANC و ASC را برآورده نمی کند. OMP در هر مرحله، طیفی را از کتابخانه انتخاب می کند که بتواند به خوبی طیف پیکسل را بازسازی کند. ISMA یک تکنیک دومرحله ای است که مجموعه مواد پایه را با اندازه گیری تغییر میزان RMSE در هر مرحله تعیین می کند. روشن TwIST شرط تُنک بودن را به تابع هدف خود افزوده و با حل این مسئله در هر مرحله، تخمینی را بدست می آورد که به دو تخمین قبلی اش وابسته است. در [32] دو روشن^{۱۰} و Constrained-SUnSAL برای حل مسئله تجزیه تُنک ارائه شدند که براساس تبدیل یک مسئله دشوار به مجموعه ای از مسائل ساده تر کار می کنند. الگوریتم های متنوع دیگری نیز با ایجاد تغییرات کوچک در روش هایی که تاکنون معرفی شدند، ارائه شده اند.

⁶ Moore-Penrose Pseudoinverse

⁷ Orthogonal Matching Pursuit

⁸ Iterative Spectral Mixture Analysis

⁹ Two-step Iterative Shrinkage/Threshholding

¹⁰ Sparse Unmixing by variable Splitting and Augmented Lagrangian

داده هایی که به شدت با یکدیگر ترکیب شده اند، برقرار نبوده و بنابراین منجر به تولید مواد پایه مصنوعی^۱ می شود [9].

۱-۱-۴-۳- روش های تجزیه خطی تکه ای^۲

روش های هندسی را می توان به مدل های ترکیب خطی تکه ای^۳ بسط داد. شرایطی را در نظر بگیرید که در آن، مجموعه پیکسل های تصویر، شامل دو سیمپلکس باشند. ترکیب خطی ممکن است، قسمتی و یا تمام مواد پایه موجود در صحنه را بیابد؛ اما مدلی که به دست می آید، به طور دقیق طبیعت درست ناحیه را نشان نمی دهد. در این حالت، دو ناحیه محدب وجود دارد و ممکن است رئوس مواد پایه یک ناحیه درون ناحیه دیگر قرار گیرند. واضح است، الگوریتمی که مواد پایه ناحیه خارجی را بیابد، قادر نخواهد بود مواد پایه ناحیه داخلی را پیدا کند؛ بنابراین لازم است روش هایی طراحی شوند که بتوانند به جای یک سیمپلکس، چند سیمپلکس را در مجموعه داده ها شناسایی کنند. این دسته از الگوریتم ها را می توان تجزیه خطی تکه ای نامید. یکی از روش های طراحی چنین الگوریتم هایی آن است که نواحی محدب، به عنوان خوش به در نظر گرفته شوند. این روش در [28, 27] مورد بررسی قرار گرفته است. این دو روش از الگوریتم هایی که از خوش به بندی فازی و احتمالی مشتق شده اند، استفاده می کنند.

۲-۱-۳- روش های تجزیه طیفی خطی آماری

اگر ترکیب های طیفی به شدت با یکدیگر ترکیب شده باشند، روش های هندسی نتایج ضعیفی به دست می دهند، چون در این ترکیب ها در رویه های سیمپلکس به تعداد کافی بردار طیفی وجود ندارد. در چنین مواردی، روش های آماری جایگزین مناسبی هستند که البته پیچیدگی محاسباتی بالاتری نسبت به روش های هندسی دارند. در این روش ها، تجزیه طیفی به عنوان یک مسئله استنتاج آماری فرمول بندی می شود.

تا اینجا روش های مختلفی را که برای استخراج مواد پایه وجود دارد، معرفی کردیم. پس از تعیین بردارهای طیفی مشاهده شده و طیف مواد پایه، مرحله وارون سازی عبارت است از حل یک مسئله بهینه سازی محدود شده که تفاوت

^۱ طیف هایی که متناظر با طیف مواد موجود در طبیعت نبوده و وجود فیزیکی ندارند

² Piecewise spectral unmixing

³ Piecewise linear mixture model

⁴ Multiple Signal Classification

⁵ Collaborative Sparse Regression

از طرفی، کتابخانه‌های طیفی بسیار بزرگ بوده و به‌طورمعمول شامل طیف‌هایی هستند که شباهت بسیار زیادی با یکدیگر دارند، چون به‌طورمعمول گونه‌های مختلف و یا جایگزین یک ماده خاص در کتابخانه طیفی وجود دارند. به‌بیان دیگر، تعداد مواد جداگانه‌ای که در کتابخانه طیفی وجود دارند، کمتر از تعداد طیف‌های موجود در آن است. به همین دلیل، در ابتدای اجرای الگوریتم، از بین طیف موادی که فاصله زاویه‌ای کمتر از d درجه دارند، تنها طیف یک ماده در کتابخانه طیفی باقی می‌ماند. بدین ترتیب، پس از این مرحله حداقل فاصله زاویه‌ای طیف موادی که در کتابخانه طیفی باقی می‌مانند، d درجه خواهد بود. مقدار d براساس غنای کتابخانه طیفی و تعداد موادی که باقی می‌مانند، به‌صورت تجربی تعیین می‌شود. در این مقاله d برابر پنج در نظر گرفته شده است.

۴-۲- خوشبندی کتابخانه طیفی

در این مرحله، طیف‌هایی از کتابخانه طیفی که به یکدیگر شباهت دارند، در یک گروه قرار می‌گیرند. این کار با خوشبندی کتابخانه طیفی انجام می‌گیرد. هدف از انجام این مرحله آن است که بتوان براساس طیف‌های موجود در کتابخانه، داده‌های آموزشی لازم را برای آموزش یک طبقه‌بندی کننده در مراحل بعد به دست آورد.

برای کاهش تعداد ویژگی‌های هر طیف و گنجاندن شبیه‌ترین طیف‌ها در یک خوشه، از ایده زیر استفاده شده است: فرض کنید طیف یک ماده را در فضای دوبعدی طول موج بازتابش نمایش دهیم؛ در روش پیشنهادی، این فضا به یک شبکه 8×8 تقسیم شده و تعداد نقاط موجود در هر سلول شمارش می‌شوند. 64 عددی که حاصل می‌شوند، فضای ویژگی جدید را تشکیل می‌دهند شکل (۲). با این تکنیک، تعداد ویژگی‌هایی که برای هر طیف در نظر گرفته می‌شوند، همواره عدد ثابت 64 است و در نتیجه افزایش تعداد باندهای طیفی نمی‌تواند تأثیری بر عملکرد الگوریتم خوشبندی و یا طبقه‌بندی داشته باشد. علاوه بر این، این روش باعث می‌شود طیف‌هایی که در شرایط مختلف و یا با ابزارهای اندازه‌گیری مختلف تهیه شده‌اند، دارای بردار ویژگی شبیه‌تری به یکدیگر باشند. شایان ذکر است که پس از آزمایش اعداد مختلف برای اندازه شبکه‌ای که بر روی نمودار طیف ماده قرار می‌گیرد، مشخص شد که شبکه 8×8 پاسخ‌های بهتری به دست می‌دهد.

⁴ coherence

⁵ Iterative Conditional Expectation Algorithm

C-SUnSAL+, SUnSAL+, [33] SUnSAL+D OMP+D و [36] SUnSAL-TV [35] CLSUnSAL و [34] OMP+ [37] نمونه‌هایی از این الگوریتم‌ها هستند.

از آن جا که در کتابخانه طیفی ممکن است، گونه‌های مختلفی از یک ماده خاص وجود داشته باشد، در [38] از ایده گروه‌بندی کتابخانه و استفاده از تکنیک طناب گروهی \mathcal{T} برای حل مساله تجزیه \mathcal{T} استفاده شده است. از طرفی به‌طورمعمول در کتابخانه‌های طیفی، طیف‌هایی وجود دارند که وابستگی زیادی بین آن‌ها وجود دارد. این امر سبب می‌شود که رگرسیون \mathcal{T} که به پیکسل‌های ترکیبی با تعداد مواد پایه کم اعمال می‌شود، کارایی چندانی نداشته باشد. برای حل این مشکل در [36] تنظیم تناوبی کلی^۲ با رگرسیون \mathcal{T} کلاسیک ترکیب شده است. در [39]، روشی جدید براساس مشتقات^۳ برای کاهش همدوشی^۴ کتابخانه طیفی ارائه شده است.

در [40] از یک مدل بیزی سلسه‌مراتبی برای حل مساله تجزیه \mathcal{T} استفاده شده است. در این روش، برای پارامترهای مدل مورد بررسی، احتمال‌های پیشین مناسب تعیین می‌شود؛ سپس برای استنتاج بیزی از یک الگوریتم پیش‌نگری شرطی تکراری^۵ استفاده می‌کند. مرجع [41] نیز یک روش تجزیه بیزی \mathcal{T} که ارائه داده است.

۴- روش پیشنهادی

در این بخش جزئیات روش پیشنهادی که می‌توان آن را به شش مرحله پیش‌پردازش، خوشبندی کتابخانه طیفی، تولید داده‌های آموزشی، آموزش طبقه‌بندی کننده، هرس کتابخانه طیفی و تجزیه \mathcal{T} با استفاده از الگوریتم ژنتیک تقسیم کرد، ارائه می‌شود. بلاک روندنمای الگوریتم پیشنهادی در شکل (۱) آمده است.

۴-۱- پیش‌پردازش

طیف موادی که از کتابخانه انتخاب می‌شوند، به تصویری که قرار است بر روی آن تجزیه و تحلیل انجام شود، بستگی دارد. از آن جا که در این پژوهش از تصویر معروف Cuprite استفاده شده و این تصویر حاوی طیف‌هایی در محدوده طول موجی معین است، در مرحله نخست تنها طیف‌هایی از کتابخانه انتخاب می‌شوند که حاوی محدوده طول موجی تصویر Cuprite باشند.

فصل نهم

¹ Sparse Group Lasso

² Total Variation Regularization

³ derivatives



در این پژوهش از الگوریتم خوشبندی *k-means* که یکی از رایج‌ترین روش‌های خوشبندی در داده‌کاوی است، استفاده می‌کنیم؛ اما مشکلی که الگوریتم *k-means* دارد، آن است که تعداد خوشبندی‌ها بایستی مشخص باشد. علاوه‌بر این الگوریتم نسبت به مقادیر اولیه‌ای که به عنوان مراکز خوشبندی گرفته می‌شود، حساس است. در این پژوهش برای حل این مشکلات از تکنیک خوشبندی کاهشی^۵ استفاده می‌شود. این روش، علاوه‌بر این که تخمینی از تعداد خوشبندی به دست می‌آورد، قادر است، مراکز خوشبندی بهینه‌ای برای الگوریتم *k-means* به دست دهد. پس از تعیین تعداد خوشبندی و مراکز خوشبندی اولیه، کتابخانه طیفی با استفاده از *k-means* خوشبندی می‌شود. برای نشان دادن میزان درستی یک خوشبندی به طور معمول از دو معیار میانگین فاصله مراکز خوشبندی (جداسازی^۶) و میانگین فاصله داده‌ها از مراکز خوشبندان (همگنی^۷) استفاده می‌شود. پرا واضح است، الگوریتمی بهتر است که مراکز خوشبندی آن از یکدیگر دورتر و داده‌های موجود در هر خوشبندی بهتر است که جdasازی باشند. به بیان دیگر خوشبندی‌ای بهتر است که جdasازی بالاتر، همگنی پایین‌تر و در نتیجه نسبت جdasازی به همگنی (*S/H*) (بالاتری داشته باشد. جدول (۱) خوشبندی با استفاده از معیارهای شباهت مختلف مقایسه می‌کند.

جدول - ۱: مقایسه تأثیر استفاده از معیارهای شباهت مختلف بر روی الگوریتم خوشبندی *k-means*
(Table-1): Comparison the impact of different similarity measures on k-means clustering algorithm.

معیارهای درستی خوشبندی			الگوریتم خوشبندی
<i>S/H</i>	همگنی	جداسازی	
4.6551	1.1140	5.1858	<i>k-means(SAD)</i>
5.6121	1.0314	5.7884	<i>k-means(SDS)</i>
5.1001	1.0085	5.1434	<i>k-means(SCS)</i>

مقایسه کمی نتیجه خوشبندی با این روش و حالتی که کل مقادیر بازتابش بعنوان فضای ویژگی در نظر گرفته شوند و یا از PCA برای کاهش فضای ویژگی استفاده شود، نشان می‌دهد که این تغییر فضای ویژگی بهتر می‌تواند طیفه‌ای شبیه به هم را در یک خوشبندی قرار دهد. نتایج در جدول (۲) آورده شده‌اند.

⁵ Subtractive clustering

⁶ Separation

⁷ Homogeneity



(شکل - ۱) : دیاگرام بلوکی الگوریتم پیشنهادی
(Figure-1): Block diagram of the proposed algorithm.



(شکل - ۲): فضای ویژگی جدید در نظر گرفته شده برای طیفها.
این فضای ۶۴ عنصری با شمردن تعداد نقاط در هر سلول حاصل می‌شود.

(Figure-2): The new feature space of spectrums.
The feature space is formed by counting the number of points in each cell.

قبل از انتخاب الگوریتم خوشبندی، بایستی معیار شباهت مورد استفاده برای تعیین میزان شباهت و یا تفاوت داده‌ها به یکدیگر و مراکز خوشبندان تعیین شود. این معیار بسته به نوع داده‌ها متفاوت است. در این مقاله سه معیار شباهت فاصله زاویه‌ای طیفی (SAD)^۱، فاصله طیفی (SDS)^۲ و همبستگی طیفی (SCS)^۳ را در نظر گرفته و تأثیر انتخاب هر یک را با استفاده از معیار مقدار شباهت طیفی (SSV)^۴ بر نتیجه خوشبندی بیان خواهیم کرد.

¹ Spectral Angle Distance (SAD)

² Spectral Distance Similarity (SDS)

³ Spectral Correlation Similarity (SCS)

⁴ Spectral Similarity Value (SSV)

۳-۴- تولید داده‌های آموزشی

موادی را که به احتمال در تصویر وجود ندارند، از کتابخانه حذف کند. با این عمل، علاوه بر افزایش دقت الگوریتم تجزیه تُنک، سرعت هم‌گرایی آن نیز افزایش پیدا می‌کند. به این منظور، کلیه طیف‌های موجود در تصویر با استفاده از طبقه‌بندی کننده حاصل از مرحله قبل طبقه‌بندی می‌شود. با این عمل، طیف مواد خوش‌هایی از کتابخانه که در طبقه‌بندی تصویر ظاهر نشده‌اند، از کتابخانه حذف شده و مابقی طیف‌ها بعنوان طیف‌های نامزد در نظر گرفته می‌شوند.

۴-۶- تجزیه تُنک با استفاده از الگوریتم ژنتیک

تا این مرحله توانستیم، از بین مواد موجود در کتابخانه طیفی اولیه، تعداد تا حدودی زیاد را براساس اطلاعات طیفی موجود در خود تصویر حذف کنیم. در این مرحله، مسالة تجزیه تُنک را با استفاده از الگوریتم ژنتیک، حل می‌کنیم. برای هر پیکسل از تصویر یک الگوریتم ژنتیک اجرا می‌شود که در آن بازنمایی در نظر گرفته شده برای هر کروموزوم، یک بردار حقیقی به طول تعداد مواد موجود در کتابخانه هرس‌شده است و هر عنصر آن نشان‌دهنده میزان فراوانی آن عنصر است. از آنجا که به طور معمول تعداد بسیار کمی ماده پایه در تشکیل طیف هر پیکسل دخالت دارند، جمعیت اولیه الگوریتم ژنتیک شامل کروموزوم‌هایی است که در هر یک از آن‌ها میزان فراوانی یکی از مواد کتابخانه طیفی برابر با یک و مابقی صفر است. از آنجا که مجموع مقادیر فراوانی بایستی یک باقی بماند، از عملگر تقاطع ریاضی استفاده می‌شود.

عملگر تقاطع ریاضی یکی از رایج‌ترین عملگرهای بازترکیب است که فرزندان را بر اساس جمع وزن داری از والدین تولید می‌کند. اگر q و p دو کروموزوم باشند، در این صورت معادله تقاطع ریاضی برای به دست آوردن فرزندان Child1 و Child2 از این دو کروموزوم به صورت معادله (۳) است.

$$\text{Child1} = ap + (1 - a)q \quad (4)$$

$$\text{Child2} = aq + (1 - a)p$$

پارامتر a می‌تواند به صورت تصادفی از باره $[0, 1]$ انتخاب شود؛ در این پژوهش ما مقدار $0.3/3$ را انتخاب کردیم. عملگر جهش نیز که با احتمال $0.3/3$ اعمال می‌شود، یک کروموزوم تولید کرده و آن را جایگزین یکی از کروموزوم‌ها می‌کند.

در این مرحله براساس نتایج خوش‌بندی مرحله قبل، داده‌های آموزشی لازم برای آموزش یک طبقه‌بندی کننده تولید می‌شوند. این داده‌ها براساس طیف‌های موجود در کتابخانه طیفی تولید می‌شوند. برای این کار برچسب هر طیف، برابر شماره خوش‌هایی که در آن قرار دارد، در نظر گرفته می‌شود. از آن جا که تصاویر ابر طیفی به طور معمول حاوی نویه هستند، به طیف هر یک از مواد موجود در کتابخانه، مقادیر مختلف نویه افزوده شده و با برچسب طیف بدون نویه، در مجموعه داده‌های آموزشی ذخیره می‌شوند. این عمل باعث می‌شود که روش پیشنهادی بتواند برای داده‌های با نسبت سیگنال به نویه کم به خوبی کار کند. از طرفی این عمل مانع بیش برآزش^۱ طبقه‌بندی کننده می‌شود. مقادیر نسبت سیگنال به نویه‌ای که در اینجا در نظر گرفته شده‌اند، عبارتند از: 100 و 50 و 70 دسی‌بل (dB).

اگر تعداد طیف‌های کتابخانه طیفی را برابر b در نظر بگیریم، پس از این مرحله تعداد داده‌های آموزشی برابر با bk که در اینجا k برابر تعداد مقادیر سیگنال به نویه در نظر گرفته شده ($=5$) است.

(جدول-۲): مقایسه تأثیر استفاده از فضاهای ویژگی مختلف بر روی الگوریتم خوش‌بندی k-means

(Table-2): Comparison the impact of different feature spaces on k-means clustering algorithm.

معیارهای درستی خوش‌بندی			فضای ویژگی
S / H	همگنی	جداسازی	
5.3317	0.8525	4.5452	کل
5.6121	1.0314	5.7884	جدید
1.8139	0.5347	0.9698	PCA

۴-۴- آموزش طبقه‌بندی کننده

در این مرحله از داده‌های آموزشی حاصل از مرحله قبل، برای آموزش یک طبقه‌بندی کننده استفاده می‌شود. برای آزمایش تأثیر استفاده از طبقه‌بندی کننده‌های مختلف طبقه‌بندی کننده‌های درخت تصمیم، شبکه عصبی و K نزدیک ترین همسایه مورد آزمایش قرار گرفته‌اند.

۴-۵- هرس کتابخانه طیفی

هدف از انجام مراحل قبل این بود که بتوان ابزاری تهیه کرد که قادر باشد براساس اطلاعات طیفی خود تصویر، طیف‌های

^۱ Overfitting



$$SRE = 10 \log_{10} \left(\frac{\alpha_k(i, j)^{22}}{(\alpha_k(i, j) - \hat{\alpha}_k(i, j))^{22}} \right) \quad (7)$$

در کلیه گزارش های ارائه شده، روش ها با نام الگوریتم تجزیه تُنک و سپس نام الگوریتم هرس کتابخانه طیفی در پرانتز در جلوی آن ارائه شده اند. برای هرس با استفاده از طبقه بندی کننده های درخت تصمیم، شبکه عصبی و K نزدیک ترین همسایگی به ترتیب از نمادهای DT، NN و KNN استفاده شده است. همچنین از آنجا که روشی که در [۲۹] برای هرس کتابخانه طیفی ارائه شده است، با دو پارامتر $\lambda = 0.1$ و $\lambda = 0.01$ اعمال شده است، این نمادها در داخل پرانتز به کار رفته اند (λ یک پارامتر تنظیم کننده است). شایان ذکر است که در کلیه نمودارها، مقادیر منفی و حالاتی که برای آن پاسخی حاصل نشده است حذف شده اند.

۱-۵- تصویر آزمایشی

دلیل اصلی استفاده از تصاویر آزمایشی، این است که برخلاف تصاویر واقعی، جزئیاتی مانند مواد پایه موجود در صحنه و میزان فراوانی هر یک از آنها در تصویر به طور کامل مشخص بوده و می توان تجزیه و تحلیل دقیق تری را بر روی نتایج اجرای الگوریتمها انجام داد.

از آنجا که در تصاویر واقعی، به طور معمول هر پیکسل تصویر شامل دو تا پنج ماده پایه است، تصویر آزمایشی که در این مقاله برای آزمایش الگوریتمها مورد استفاده قرار گرفته است، به صورت زیر تولید شده است. پنج ماده مختلف به تصادف از SL1 به عنوان مواد پایه اولیه انتخاب شده اند. طیف مواد انتخابی در شکل (۳) نشان داده شده اند. برای تعیین تعداد مواد پایه در هر پیکسل، یک عدد تصادفی مانند t که $2 \leq t \leq 5$ تولید می شود؛ سپس t ماده از پنج ماده پایه اولیه انتخاب شده و به عنوان مواد پایه تشکیل دهنده آن پیکسل در نظر گرفته می شوند. میزان فراوانی هر یک از این t ماده، با استفاده از توزیع دیریخله حاصل شده و طیف پیکسل ساخته می شود. تصاویر تولیدی برای مقادیر نسبت سیگنال به نوحفه ۵ تا ۹۰ (dB) تولید شده اند.

شکل های ۴، ۵ و ۶ مقادیر RMSE، SRE(dB) و میانگین تعداد مواد پایه موجود در هر پیکسل تصویر را برای مقادیر مختلف نسبت سیگنال به نوحفه نشان می دهند که حاصل اعمال الگوریتم SUNSAL و روش های مختلف هرس کتابخانه طیفی بر روی تصویر آزمایشی است.

از آنجا که هدف، استفاده از کمترین تعداد مواد پایه برای بازسازی طیف هر پیکسل است،تابع شایستگی مورد استفاده به صورت زیر است:

$$\text{Fitness} = \min \|Y - AX\|_2 + \lambda \|X\|_0 \quad (5)$$

جمله نخست معادله (۴)، باعث می شود طیف تخمینی پیکسل مورد بررسی به طیف واقعی آن نزدیک شود. جمله دوم، موجب می شود که بتوان با تعداد طیف مواد پایه کمتری یک طیف را تجزیه کرد. ۷ هم یک پارامتر کنترلی است که تأثیر جمله دوم تابع شایستگی را کنترل می کند. روش انتخاب مورد استفاده نیز، تورنمانت بوده و شرط خانمه الگوریتم، عدم تغییر در میزان شایستگی جمعیت و یا تکرار الگوریتم به تعداد نسل مشخص (در این مقاله ۱۰۰ نسل) است.

۵- نتایج آزمایش ها

برای ارزیابی میزان کارایی الگوریتم پیشنهادی، در مرحله نخست تأثیر استفاده از طبقه بندی کننده های مختلف بر کارایی الگوریتم هرس کتابخانه طیفی مورد بررسی قرار گرفته است. برای این منظور، روش پیشنهادی و روشی که در [۲۹] برای هرس کتابخانه طیفی ارائه شده است، به کتابخانه طیفی [USGS](http://speclab.cr.u) (<http://speclab.cr.u>) اعمال شده و تأثیر این هرس بر کارایی الگوریتم تجزیه تُنک SUNSAL مورد بررسی قرار گرفته است؛ سپس براساس نتایج پیاده سازی مرحله قبل، بهترین طبقه بندی کننده انتخاب شده و کارایی نتیجه الگوریتم ژنتیکی که برای تجزیه تُنک ارائه شد، با نتایج الگوریتم های SUNSAL و OMP مقایسه شده است.

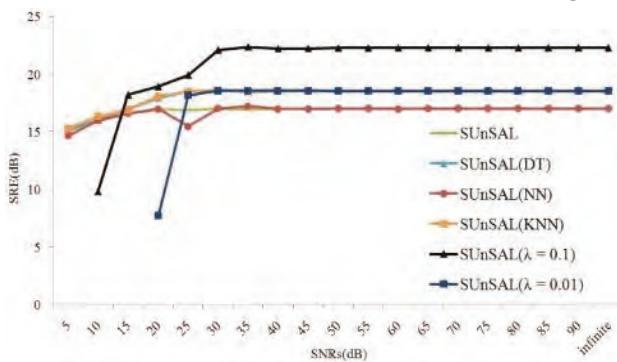
کتابخانه طیفی مورد استفاده حاوی ۳۲۰۰ طیف ماده خالص است که پس از پیش پردازش به تعداد ۱۴۳۱ کاهش می یابند. با اعمال الگوریتم خوش بندی کاهشی به تعداد ۳۹ خوش می رسیم که تعداد مواد موجود در هر خوش به طور میانگین برابر ۳۷ است.

معیارهایی که برای ارزیابی در نظر گرفته شده اند، ریشه میانگین مربعات خطای (RMSE)، خطای بازسازی به سیگنال (SRE) و میانگین تعداد مواد پایه تخمینی برای هر پیکسل است، که فرمول محاسبه RMSE و SRE به صورت زیر است:

$$RMSE = \sqrt{E[(\alpha_k(i, j) - \hat{\alpha}_k(i, j))^2]} \quad (6)$$

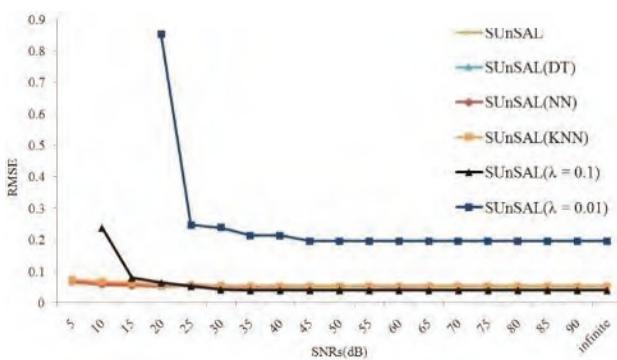
می‌شود این پارامتر تأثیر بسیار زیادی بر نتیجه اجرای الگوریتم دارد؛ به طوری که برای معیارهای کارایی مختلف، مقدار مناسب برای λ متفاوت است.

جدول (۳) تعداد طیفهای باقیمانده پس از هرس با هریک از روش‌های هرس کتابخانه طیفی را نشان می‌دهد. مقایسه داده‌های این جدول نیز نشان می‌دهند که پارامتر λ می‌تواند نتیجه هرس کتابخانه طیفی را بسیار تحت تأثیر قرار دهد. نکته بدیهی که در اکثر الگوریتم‌های هرس کتابخانه طیفی به چشم می‌خورد، آن است که الگوریتم هرس توانسته تعداد مواد موجود در کتابخانه طیفی را تا حدودی به نصف کاهش دهد.



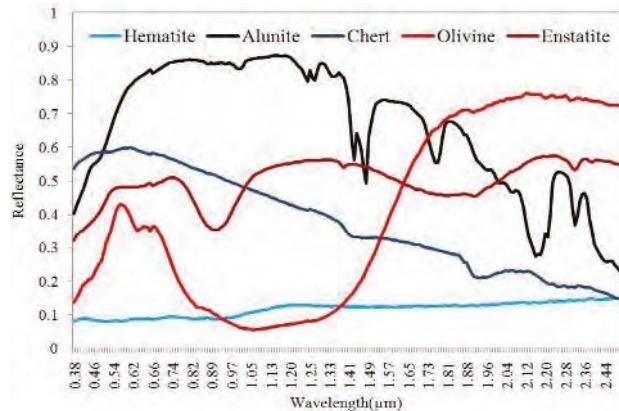
(شکل - ۴) : مقایسه مقادیر SRE(dB) روش‌های مختلف هرس کتابخانه طیفی با اعمال الگوریتم SUnSAL بر روی تصویر آزمایشی

(Figure-4): The comparison of SRE (db) values of different spectral library pruning methods by applying SUnSAL algorithm on simulated images.



(شکل - ۵) : مقایسه مقادیر RMSE روش‌های مختلف هرس کتابخانه طیفی با اعمال الگوریتم SUnSAL بر روی تصویر آزمایشی

(Figure-5): The comparison of RMSE values of different spectral library pruning methods by applying SUnSAL algorithm on simulated images.



(شکل - ۳) : طیف مواد پایه مورد استفاده برای تولید تصویر آزمایشی

(Figure-3): The reflectance spectrum of end-members used for generating simulated images.

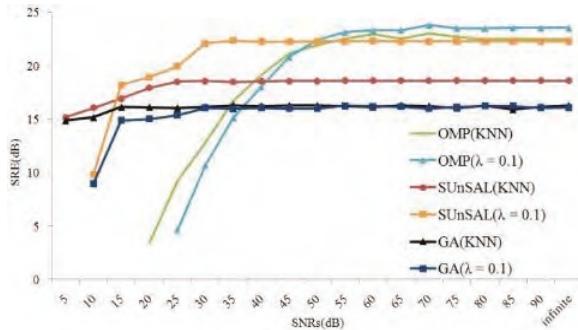
همان‌طور که در شکل (۴) مشخص است، در نسبت سیگنال به نویه بسیار پایین، روش‌هایی که بر اساس تکنیک‌های طبقه‌بندی کار می‌کنند، بهتر از روش SUnSAL عمل می‌کنند؛ اما SUnSAL در نسبت‌های سیگنال به نویه بالاتر، بر اساس معیار SRE بر روش‌های دیگر پیشی می‌گیرد. این امر نشان‌دهنده این مطلب است که الگوریتم هرسی که براساس [29] کار می‌کند، قادر است در تصاویر با نسبت سیگنال به نویه بالا، به‌آسانی مواد پایه موجود در صحنه را استخراج کند. از آنجاکه طبقه‌بندی کننده‌هایی که برای هرس کتابخانه طیفی آموزش داده شده‌اند، با طیفهای نویه‌ای نیز آموزش دیده‌اند، قادرند در تصاویر نویزی نتایج بهتری نسبت به الگوریتم هرس مبتنی بر [29] دست دهند. در تصاویر به‌شدت نویه‌ای، الگوریتم مبتنی بر [29] به جواب دست پیدا نمی‌کند؛ چون قادر نیست زیرفضای داده‌ها را تخمین بزند.

براساس معیار RMSE که در شکل (۵) آمده است، به‌طور تقریبی تمام الگوریتم‌ها شبیه هم عمل می‌کنند با این تفاوت که الگوریتم (SUnSAL($\lambda = 0.01$)) از بقیه بدتر عمل کرده است.

طبقه‌بندی کننده‌ها را بر اساس عملکرد درست می‌توان به ترتیب K نزدیک‌ترین همسایگی، شبکه عصبی و درخت تصمیم مرتب کرد. از نقطه‌نظر تعداد مواد پایه تخمینی در هر پیکسل نیز مشاهده می‌شود که روش SUnSAL با پارامتر λ برابر $1/0.01$ نتایج معقول تری نسبت به بقیه روش‌ها به دست می‌دهد.

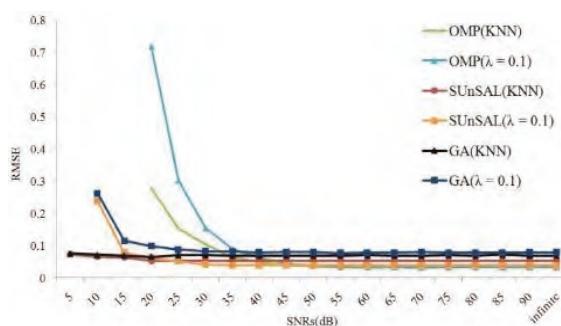
تأثیر مقدار λ نیز بر الگوریتم هرس، با دو مقدار $1/0.01$ و $1/0.001$ مورد آزمایش قرار گرفته است. همان‌طور که مشاهده

براساس الگوریتم زنتیک کار می کند، به مقدار حقیقی که عددی بین ۲ و ۵ است، نزدیکتر است. علاوه بر این، در شرایطی که الگوریتم تجزیه تُنک یکسان باشد، روش هرسی که براساس K نزدیک ترین همسایگی کار می کند به نتایج بهتری دست پیدا می کند.



(شکل-۷) : مقایسه مقادیر SRE(dB) الگوریتم های مختلف تجزیه تُنک بر روی تصویر آزمایشی با مقادیر مختلف نسبت سیگنال به نویز

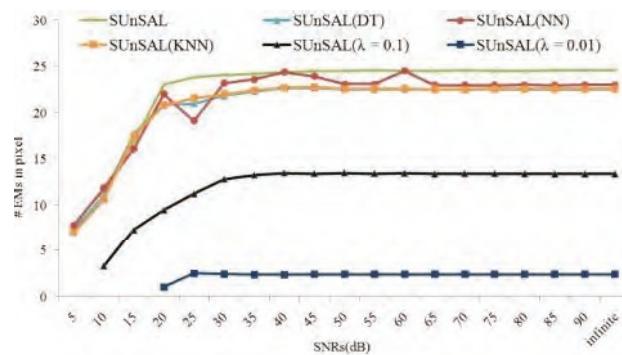
(Figure-7): The comparison of SRE (db) values of different spectral unmixing methods by applying on simulated images in different SNRs.



(شکل-۸) : مقایسه مقادیر RMSE الگوریتم های مختلف تجزیه تُنک بر روی تصویر آزمایشی با مقادیر مختلف نسبت سیگنال به نویز

(Figure-8): The comparison of RMSE values of different spectral unmixing methods by applying on simulated images in different SNRs.

جدول (۴) میانگین زمان اجرای الگوریتم های مختلف برای هر پیکسل را نشان می دهد. براساس داده های این جدول، هرس کتابخانه طیفی، زمان پردازش را به طور قابل توجهی پایین می آورد. از این لحاظ الگوریتم هایی که براساس [29] کار می کنند، با تغییر پارامتر λ زمان اجرایشان هم تفاوت می کند. همان طور که انتظار می رود، با پردازشی الگوریتم زنتیک نسبت به سایر الگوریتم ها بسیار بالاتر است



(شکل-۶) : مقایسه میانگین تعداد مواد پایه موجود در هر پیکسل تصویر روشهای مختلف هرس کتابخانه طیفی با اعمال الگوریتم SUnSAL بر روی تصویر آزمایشی

(Figure-6): The comparison of the average number of end-members in each pixel for different spectral library pruning methods by applying SUnSAL algorithm on simulated images.

(جدول-۳) : مقایسه تعداد طیف های باقیمانده در کتابخانه طیفی پس از هرس آن با استفاده از الگوریتم های مختلف

(Table-3): The comparison of the number of remained spectra in the pruned spectral library by applying Different algorithms.

الگوریتم	تعداد طیف های باقیمانده در کتابخانه طیفی
SUnSAL	1431
SUnSAL ($\lambda=0.1$)	760
SUnSAL ($\lambda=0.01$)	3
SUnSAL (DT)	875
SUnSAL (KNN)	856
SUnSAL (NB)	705

شکل های ۷، ۸ و ۹ مقادیر SRE(dB) و RMSE میانگین تعداد مواد پایه موجود در هر پیکسل تصویر را که حاصل اعمال الگوریتم های تجزیه تُنک OMP، SUnSAL و GA بر روی تصویر آزمایشی است، به عنوان تابعی از نسبت های سیگنال به نویز نشان می دهند.

مقایسه نتایج الگوریتم های مختلف در شکل های ۷ و ۸ نیز نشان می دهد که در نسبت سیگنال به نویز پایین، روش ارائه شده در این مقاله به خوبی عمل کرده و می تواند به جواب دست پیدا کند؛ حال آن که روش های OMP و SUnSAL در تصاویر به شدت نویزی حتی به جواب هم نمی رسند؛ اما در تصاویر با نسبت سیگنال به نویز بالا روش OMP از روش های دیگر پیشی می گیرد.

اگر بخواهیم این روش ها را از نقطه نظر تعداد مواد پایه تخمینی در هر پیکسل مقایسه کنیم، مشاهده می شود تعداد مواد پایه تخمینی توسط روش پیشنهادی در این مقاله که

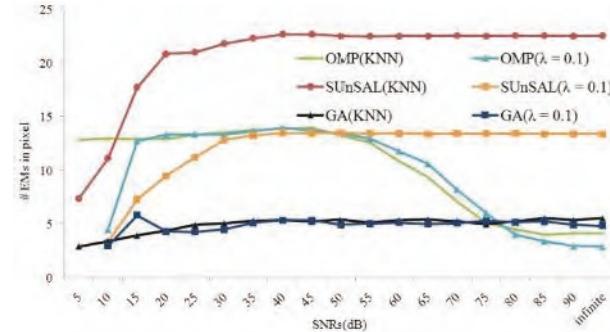
جدول (۵) تأثیر استفاده از طبقه‌بندی کننده‌های مختلف را بر نتیجه هرس کتابخانه طیفی و سپس اعمال الگوریتم SUNSAL، برای تصویر واقعی نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، الگوریتم هرسی که براساس K نزدیک‌ترین همسایگی کار می‌کند، به نتایج بهتری نسبت به سایر الگوریتم‌ها دست پیدا می‌کند. به علاوه انتخاب پارامتر λ تأثیر بهزیستی در نتیجه الگوریتم دارد. از سوی دیگر مشاهده می‌شود که هرس با استفاده از K نزدیک‌ترین همسایگی روی تصویر واقعی نتایج بهتری نسبت به سایر الگوریتم‌ها به دست می‌دهد؛ این در حالی است که برای تصویر شبیه‌سازی شده روش مبتنی بر [29] نتیجه بهتری به دنبال دارد. دلیل این تفاوت را می‌توان در تعداد مواد پایه دخیل در تشکیل پیکسل‌های دو تصویر جستجو کرد. تصویر آزمایشی یک تصویر 10×10 است که تمام پیکسل‌های آن ترکیبی بوده و حداقل تعداد ماده پایه در تشکیل طیف هر پیکسل آن دو است؛ اما در مقابل تصویر واقعی یک تصویر 291×250 است که در آن تعداد زیادی پیکسل خالص وجود داشته و به علاوه در تشکیل پیکسل‌های ترکیبی آن تعداد ماده پایه کمتری دخیل هستند. پردازش این الگوریتم‌های مبتنی بر یادگیری ماشین، در شرایطی که تعداد داده (پیکسل‌ها) بیشتر و خوش‌تر کیب‌تری در اختیار داشته باشند، بتوانند به نتایج بهتری دست یابند.

جدول (۶) نتایج اجرای الگوریتم‌های تجزیه تُنک برای OMP، SUNSAL و GA را در حالتی که هرس با استفاده از K نزدیک‌ترین همسایگی و الگوریتم پیشنهادی در [29] انجام شده است، بر روی تصویر واقعی نشان می‌دهد. در این جدول مقادیر (SRE, RMSE, dB) و میانگین تعداد مواد تخمینی هر پیکسل آمده است. مشاهدات جدول (۶) نشان می‌دهند که براساس معیارهای SRE و RMSE، الگوریتم SUNSAL(KNN) از بقیه الگوریتم‌ها عملکرد بهتری دارد، اما از لحاظ معیار تعداد مواد پایه تخمینی در هر پیکسل، الگوریتمی که براساس ژنتیک کار می‌کند، نتایج واقعی‌تری به دست می‌دهند.

جدول - (۵) مقایسه تأثیر استفاده از طبقه‌بندی کننده‌های مختلف برای هرس کتابخانه طیفی برای تصویر واقعی (Table-5): The comparision of the impact of different classifiers on library pruning method for real image.

الگوریتم	معیار ارزیابی	SRE	RMSE	# EMs in pixel (Average)
SUNSAL		76.30	0.01	31.49

که البته با پیاده‌سازی موازی و سخت‌افزاری این الگوریتم می‌توان بر این مشکل چیره شد.



(شکل-۹) : مقایسه میانگین تعداد مواد پایه موجود در هر پیکسل تصویر حاصل اعمال الگوریتم‌های مختلف تجزیه تُنک بر روی تصویر آزمایشی با مقادیر مختلف نسبت سیگنال به نویز

(Figure-9): The comparison of the average number of end-members in each pixel for different spectral unmixing methods by applying on simulated images in different SNRs.

جدول - (۴) : مقایسه میانگین زمان اجرای الگوریتم‌های مختلف بر روی تصاویر آزمایشی

(Table-4): The comparison of the mean run time of applying different algorithms on simulated images.

الگوریتم	زمان (ثانیه)	الگوریتم	زمان (ثانیه)
SUNSAL	0.32	SUNSAL	0.32
SUNSAL ($\lambda=0.1$)	0.03	SUNSAL (KNN)	0.015
SUNSAL ($\lambda=0.01$)	0.01	OMP	0.089
SUNSAL (DT)	0.02	OMP (KNN)	0.030
SUNSAL (KNN)	0.02	GA	28.51
SUNSAL (NB)	0.02	GA (KNN)	1.78

۲-۵- تصویر واقعی

برای ارزیابی کارایی روش پیشنهادی بر روی تصاویر واقعی، از تصویر Cuprite (http://aviris.jpl.nasa.gov) که توسط سنجنده AVIRIS با دقت مکانی بیسیت متر از یک منطقهمعدنی در Nevada تهیه شده است، استفاده می‌شود. این تصویر شامل ۲۲۴ باند طیفی در محدوده طول موج $0.4 / 0.5$ میکرومتر است که از این بین تعداد ۳۶ باند به‌واسطه نسبت سیگنال به نویز کم و خصوصیات جذبی اتمسفر حذف شده و تعداد ۱۸۸ باند باقی مانده‌اند.

سال ۱۳۹۵ شماره ۳ پیاپی ۲۹

7-Reference

۷- مراجع

- [1] R. A. Schowengerdt, *Remote sensing: models and methods for image processing*. Academic press, 2006.
- [2] C. HEINZD, "FullyConstrainedLeastSquares LinearMixture Analysisfor Material Quantificationin Hyperspectral Imagery," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 39, no. 3, p. 529, 2001.
- [3] A. Plaza *et al.*, "Recent advances in techniques for hyperspectral image processing," *Remote sensing of environment*, vol. 113, pp. S110-S122, 2009.
- [4] J. M. Bioucas-Dias *et al.*, "Hyperspectral unmixing overview: Geometrical, statistical, and sparse regression-based approaches," *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth*

نتایج شبیه سازی نشان می دهد که هرس کتابخانه طیفی باعث بهبود دقت عملکرد تمامی الگوریتم های تجزیه تُنک می شود؛ علاوه بر این، استفاده از طبقه بندی کننده K نزدیک ترین همسایگی، برای هرس کتابخانه طیفی، نشان می دهد که این روش نتایج بهتری نسبت به طبقه بندی کننده های درخت تصمیم و شبکه عصبی به دست می دهد. همچنین، مقایسه نتایج اجرای الگوریتم های تجزیه تُنک که با کتابخانه هرس شده به وسیله این طبقه بندی کننده و روش ارائه شده [29] نشان می دهد که برای تصویر واقعی، هرس با استفاده از K نزدیک ترین همسایگی نتایج قابل قبول تری دارد. از سوی دیگر، مقایسه نتایج الگوریتم ژنتیک پیشنهادی با دو الگوریتم OMP و SUUnSAL نشان می دهد که این الگوریتم برای تصاویر با نووفه کم بسیار خوب عمل می کند. در شرایطی که الگوریتم های SUUnSAL و OMP در تصاویری با نسبت سیگنال به نووفه کمتر از ۲۵ dB پاسخی به دست نمی دهند، الگوریتم ژنتیک قادر است به پاسخی، به خوبی تصاویر با نسبت سیگنال به نووفه زیاد دست پیدا کند.

همان طور که در قبل اشاره شد، تعداد مواد پایه ای که در تشکیل طیف هر پیکسل از تصویر شرکت دارند، به طور معمول بسیار کم و بین دو تا پنج ماده است. از این منظر، نتایجی که با استفاده از الگوریتم ژنتیک به دست آمده اند، بسیار قابل قبول تر از دو الگوریتم دیگر است. از آن جا که در روش پیشنهادی برای هر پیکسل یک الگوریتم ژنتیک اجرا می شود، پرواضح است که بار محاسباتی آن بسیار بالا باشد؛ که البته با استفاده از تکنیک های موازی سازی و پیاده سازی سخت افزاری می توان بر این مشکل چیره شد.

SUUnSAL(DT)	76.07	0.01	21.83
SUUnSAL(NN)	76.30	0.01	31.49
SUUnSAL(KNN)	76.35	0.01	20.24
SUUnSAL($\lambda = 0.1$)	75.93	0.01	13.12
SUUnSAL($\lambda = 0.01$)	46.66	0.36	1.00

(جدول - ۶) : مقایسه نتایج RMSE، SRE(dB) و میانگین تعداد مواد موجود در هر پیکسل که حاصل اعمال روش های مختلف هرس کتابخانه طیفی بر روی تصویر واقعی است.

(Table-6): The comparision of SRE (dB), RMSE and the average number of end-members in each pixel by applying different library pruning methods on real image.

معیار ارزیابی الگوریتم	SRE	RMSE	# EMs in pixel (Average)
OMP(KNN)	50.37	0.24	14.47
OMP($\lambda = 0.1$)	47.26	0.34	13.49
SUUnSAL(KNN)	76.35	0.01	20.24
SUUnSAL($\lambda = 0.1$)	75.93	0.01	13.12
GA(KNN)	71.27	0.02	7.03
GA($\lambda = 0.1$)	68.26	0.03	4.64

۶- خلاصه و نتیجه گیری

تجزیه تُنک موضوع جدیدی در زمینه تجزیه طیفی تصاویر ابر طیفی است که در آن مواد پایه موجود در صحنه به طور مستقیم از کتابخانه طیفی استخراج می شوند. برخلاف روش های موجود، در این روش دیگر نیازی نیست که مواد پایه از تصویر استخراج شده و یا تعداد آنها از قبل مشخص باشد. علاوه بر این، مواد پایه ای که در این روش به دست می آیند، مجازی نبوده و وجود فیزیکی دارند.

بیشتر روش های تجزیه تُنکی که تا به حال ارائه شده اند، رویه های تکراری هستند که می توانند در تصاویری با نسبت سیگنال به نووفه زیاد خوب عمل کنند؛ اما این روش ها قادر نیستند در تصاویر نووفه ای نتایج خوبی به دست دهند. علاوه بر این، در این روش ها، تعداد مواد پایه ای که برای هر پیکسل به دست می آید، بسیار زیاد است که در تصاویر واقعی صحت ندارد.

در این مقاله یک روش جدید برای تجزیه تُنک ارائه شد که در آن ابتدا کتابخانه طیفی با استفاده از یک طبقه بندی کننده، هرس شده و سپس با استفاده از الگوریتم ژنتیک، تجزیه تُنک انجام می شود.

- application to blind hyperspectral unmixing," DTIC Document2010.
- [18] J. H. Bowles, P. J. Palmadesso, J. A. Antoniades, M. M. Baumback, and L. J. Rickard, "Use of filter vectors in hyperspectral data analysis," in *SPIE's 1995 International Symposium on Optical Science, Engineering, and Instrumentation*, 1995, pp. 148-157: International Society for Optics and Photonics.
- [19] A. Ifarraguerri and C.-I. Chang, "Multispectral and hyperspectral image analysis with convex cones," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 37, no. 2, pp. 756-770, 1999.
- [20] A. Plaza, P. Martínez, R. Pérez, and J. Plaza, "Spatial/spectral endmember extraction by multidimensional morphological operations," *IEEE transactions on geoscience and remote sensing*, vol. 40, no. 9, pp. 2025-2041, 2002.
- [21] M. Berman, H. Kiiveri, R. Lagerstrom, A. Ernst, R. Dunne, and J. F. Huntington, "ICE: A statistical approach to identifying endmembers in hyperspectral images," *IEEE transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 42, no. 10, pp. 2085-2095, 2004.
- [22] L. Miao and H. Qi, "Endmember extraction from highly mixed data using minimum volume constrained nonnegative matrix factorization," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 45, no. 3, pp. 765-777, 2007.
- [23] D. Rogge, B. Rivard, J. Zhang, A. Sanchez, J. Harris, and J. Feng, "Integration of spatial-spectral information for the improved extraction of endmembers," *Remote Sensing of Environment*, vol. 110, no. 3, pp. 287-303, 2007.
- [24] A. Zare and P. Gader, "Sparsity promoting iterated constrained endmember detection in hyperspectral imagery," *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 4, no. 3, pp. 446-450, 2007.
- [25] J. Li and J. M. Bioucas-Dias, "Minimum volume simplex analysis: A fast algorithm to unmix hyperspectral data," in *Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2008. IGARSS 2008. IEEE International*, 2008, vol. 3, pp. III-250-III-253: IEEE.
- [26] J. M. Bioucas-Dias, "A variable splitting augmented Lagrangian approach to linear spectral unmixing," in *Hyperspectral Image and Signal Processing: Evolution in Remote Sensing, 2009. WHISPERS'09. First Workshop on*, 2009, pp. 1-4: IEEE.
- [27] A. Zare and P. Gader, "Piece-wise convex spatial-spectral unmixing of hyperspectral imagery using possibilistic and fuzzy clustering," in *Fuzzy Systems (FUZZ), 2011 IEEE International Conference on*, 2011, pp. 741-746: IEEE.
- [28] A. Zare, O. Bchir, H. Frigui, and P. Gader, "Spatially-smooth piece-wise convex endmember detection," in *Hyperspectral Image and Signal Processing: Evolution in Remote Sensing (WHISPERS), 2010 2nd Workshop on*, 2010, pp. 1-4: IEEE.
- [5] P. E. Dennison and D. A. Roberts, "Endmember selection for multiple endmember spectral mixture analysis using endmember average RMSE," *Remote sensing of environment*, vol. 87, no. 2, pp. 123-135, 2003.
- [6] J. Settle, "On the effect of variable endmember spectra in the linear mixture model," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 44, no. 2, pp. 389-396, 2006.
- [7] B. Somers, G. P. Asner, L. Tits, and P. Coppin, "Endmember variability in spectral mixture analysis: A review," *Remote Sensing of Environment*, vol. 115, no. 7, pp. 1603-1616, 2011.
- [8] L. Wang and X. Jia, "Integration of soft and hard classifications using extended support vector machines," *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 6, no. 3, pp. 543-547, 2009.
- [9] M.-D. Iordache, "A sparse regression approach to hyperspectral unmixing," INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO, 2011.
- [10] J. W. Boardman, "Automating spectral unmixing of AVIRIS data using convex geometry concepts," 1993.
- [11] M. E. Winter, "N-FINDR: An algorithm for fast autonomous spectral end-member determination in hyperspectral data," in *SPIE's International Symposium on Optical Science, Engineering, and Instrumentation*, 1999, pp. 266-275: International Society for Optics and Photonics.
- [12] R. Neville, "Automatic endmember extraction from hyperspectral data for mineral exploration," in *International Airborne Remote Sensing Conference and Exhibition, 4 th/21 st Canadian Symposium on Remote Sensing, Ottawa, Canada*, 1999.
- [13] J. M. Nascimento and J. M. Dias, "Vertex component analysis: A fast algorithm to unmix hyperspectral data," *IEEE transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 43, no. 4, pp. 898-910, 2005.
- [14] C.-I. Chang, C.-C. Wu, W. Liu, and Y.-C. Ouyang, "A new growing method for simplex-based endmember extraction algorithm," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 44, no. 10, pp. 2804-2819, 2006.
- [15] J. H. Gruninger, A. J. Ratkowski, and M. L. Hoke, "The sequential maximum angle convex cone (SMACC) endmember model," in *Defense and Security*, 2004, pp. 1-14: International Society for Optics and Photonics.
- [16] T.-H. Chan, W.-K. Ma, A. Ambikapathi, and C.-Y. Chi, "A simplex volume maximization framework for hyperspectral endmember extraction," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 49, no. 11, pp. 4177-4193, 2011.
- [17] M. Möller, E. Esser, S. Osher, G. Sapiro, and J. Xin, "A convex model for matrix factorization and dimensionality reduction on physical space and its

Observations and Remote Sensing, vol. 5, no. 2, pp. 354-379, 2012.

فصلنامه



- [41] D. R. Thompson, R. Castano, and M. S. Gilmore, "Sparse superpixel unmixing for exploratory analysis of CRISM hyperspectral images," in *Hyperspectral Image and Signal Processing: Evolution in Remote Sensing, 2009. WHISPERS'09. First Workshop on*, 2009, pp. 1-4: IEEE.



حسین فیاضی مدرک کارشناسی خود را در سال ۱۳۸۸ در رشته مهندسی کامپیوتر - نرم افزار از دانشگاه سیستان و بلوچستان و مدرک کارشناسی ارشد خود را در سال ۱۳۹۲ در رشته مهندسی کامپیوتر - هوش مصنوعی از دانشگاه صنعتی مالک اشتر دریافت کرد. زمینه پژوهشی مورد علاقه ایشان پردازش تصویر، شناسایی الگو و بینایی ماشین است.

نشانی رایانماء ایشان عبارت است از:

hossein.fayyazi@chmail.ir



حمید دهقانی مدرک کارشناسی خود را در رشته الکترونیک در سال ۱۳۷۹ از دانشگاه صنعتی مالک اشتر دریافت کرد؛ سپس دوره های کارشناسی ارشد و دکترا مخابرات را به ترتیب در سال های ۱۳۸۱ و ۱۳۸۵ در دانشگاه تربیت مدرس به اتمام رساند. ایشان در حال حاضر دانشیار دانشگاه صنعتی مالک اشتر بوده و در زمینه های پردازش سیگنال و تصویر، شناسایی الگو و سنجش از دور پژوهش های خود را پیش می برد.

نشانی رایانماء ایشان عبارت است از:

hamid_deh@yahoo.com



مجتبی حسینی مدرک کارشناسی خود را در سال ۱۳۷۰ از دانشگاه صنعتی مالک اشتر در رشته مهندسی برق و مدارک کارشناسی ارشد و دکترا خود را به ترتیب در سال های ۱۳۷۴ و ۱۳۹۰ از دانشگاه صنعتی امیرکبیر در رشته مهندسی کامپیوتر گرایش معماری کامپیوتر اخذ کرد. زمینه های پژوهشی موردن علاقه ایشان شبکه های حسگر بیسیم، پردازش سیگنال دیجیتال، پردازش تصویر، پردازش صوت، سیستم های توزیع شده و محاسبات تکاملی است.

نشانی رایانماء ایشان عبارت است از:

mojtabahoseini@aut.ac.ir

- [29] M.-D. Iordache, J. M. Bioucas-Dias, and A. Plaza, "Dictionary pruning in sparse unmixing of hyperspectral data," in *Hyperspectral Image and Signal Processing (WHISPERS)*, 2012 4th Workshop on, 2012, pp. 1-4: IEEE.

- [30] M.-D. Iordache, J. M. Bioucas-Dias, A. Plaza, and B. Somers, "MUSIC-CSR: Hyperspectral unmixing via multiple signal classification and collaborative sparse regression," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 52, no. 7, pp. 4364-4382, 2014.

- [31] M.-D. Iordache, J. Bioucas-Dias, and A. Plaza, "Unmixing sparse hyperspectral mixtures," in *Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2009 IEEE International, IGARSS 2009*, 2009, vol. 4, pp. IV-85-IV-88: IEEE.

- [32] J. M. Bioucas-Dias and M. A. Figueiredo, "Alternating direction algorithms for constrained sparse regression: Application to hyperspectral unmixing," in *Hyperspectral Image and Signal Processing: Evolution in Remote Sensing (WHISPERS)*, 2010 2nd Workshop on, 2010, pp. 1-4: IEEE.

- [33] M.-D. Iordache, A. Plaza, and J. Bioucas-Dias, "On the use of spectral libraries to perform sparse unmixing of hyperspectral data," in *Hyperspectral Image and Signal Processing: Evolution in Remote Sensing (WHISPERS)*, 2010 2nd Workshop on, 2010, pp. 1-4: IEEE.

- [34] M.-D. Iordache, J. M. Bioucas-Dias, and A. Plaza, "Sparse unmixing of hyperspectral data," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 49, no. 6, pp. 2014-2039, 2011.

- [35] M.-D. Iordache, J. M. Bioucas-Dias, and A. Plaza, "Collaborative sparse regression for hyperspectral unmixing," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 52, no. 1, pp. 341-354, 2014.

- [36] M.-D. Iordache, J. M. Bioucas-Dias, and A. Plaza, "Total variation spatial regularization for sparse hyperspectral unmixing," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 50, no. 11, pp. 4484-4502, 2012.

- [37] X.-L. Zhao, F. Wang, T.-Z. Huang, M. K. Ng, and R. J. Plemmons, "Deblurring and sparse unmixing for hyperspectral images," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 51, no. 7, pp. 4045-4058, 2013.

- [38] M.-D. Iordache, J. M. Bioucas-Dias, and A. Plaza, "Hyperspectral unmixing with sparse group lasso," in *Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS), 2011 IEEE International*, 2011, pp. 3586-3589: IEEE.

- [39] J. Bieniarz, R. Müller, X. Zhu, and P. Reinartz, "Sparse approximation, coherence and use of derivatives in hyperspectral unmixing," 2012.

- [40] K. E. Themelis, A. A. Rontogiannis, and K. Koutroumbas, "Sparse semi-supervised hyperspectral unmixing using a novel iterative bayesian inference algorithm," in *Signal Processing Conference, 2011 19th European*, 2011, pp. 1165-1169: IEEE.