طراحی شبکه بهینه‌ساز خودکار الهام گرفته از الگوریتم بهینه‌سازی BFGS با حافظه محدود

محمد اعتصام، اشکان صادقی لطف‌آبادی و سید کمال‌الدین غیاثی شیرازی*

[1] گروه مهندسی کامپیوتر، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

چکیده:

امروزه برخلاف توسعه مدل‌های یادگیری ماشین برای استخراج ویژگی‌ها به‌صورت خودکار، هنوز الگوریتم‌های بهینه‌سازی به‌صورت دستی طراحی می‌شوند. یکی از اهداف فرایادگیری (meta-learning)، خودکارکردن فرایند بهینه‌سازی است. الگوریتم‌های بهینه‌سازی دستی مبتنی بر بردار گرادیان تنها براساس عملیات ضرب داخلی، ضرب اسکالر و جمع برداری بر روی بردارهای ورودی نوشته می‌شوند؛ بنابراین می توان گفت که این الگوریتم‌ها در فضای هیلبرت بعد مسأله بهینه‌سازی اجرا می‌شوند. ما نیز قصد داریم با ایده‌گرفتن از این مطلب، فضایی برای یادگیری ورودی‌ها ایجاد کنیم که مستقل از ابعاد ورودی باشد. بدین منظور با ایده‌گرفتن از الگوریتم BFGS با حافظه محدود (L-BFGS) و همچنین سلول LSTM یک ساختار جدید با نام Hilbert LSTM (HLSTM) معرفی می‌کنیم که فرایند یادگیری در آن مستقل از ابعاد ورودی انجام می‌شود. به عبارتی الگوریتم یادگیری در فضای هیلبرت مسأله بهینه‌سازی اجرا می‌شود. برای رسیدن به این هدف از لایه ضرایب خطی استفاده می‌کنیم که ترکیب خطی بردارهای ورودی را محاسبه می‌کند و ضرایب این ترکیب خطی، با کمک ضرب داخلی بردارهای ورودی به‌دست می‌آید. آزمایش‌های ما نشان می‌دهند که نتایج به‌دست‌آمده به‌وسلهٔ بهینه‌ساز ارائه شده، به‌مراتب بهتر از نتایج الگوریتم‌های بهینه‌سازی دستی است.

واژگان کلیدی : Hilbert LSTM، LSTM، L-BFGS، فرایادگیری، بهینه‌سازی خودکار

Designing L-BFGS inspired automatic optimizer network

Mohammad Etesam, Ashkan Sadeghi-Lotfabadi, Kamaledin Ghiasi-Shirazi*

[1]Department of Computer Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

Abstract:

The optimization of deep neural networks based on mini-batches is an active area of research, and the improvements in this field have a great impact on the success of using deep neural networks in practical problems with large data. In the last decade, algorithms such as RMSProp, AdaGrad, and Adam have been devised for the optimization of neural networks on mini-batches, having a great impact on making the training of neural networks easier. The common feature of all these methods is that they are applied to each dimension of the gradient vector separately, and therefore the optimization of each parameter of the neural network is done independent of other parameters. Next, researchers tried to learn these algorithms automatically and devised methods for learning to optimize, which is a type of meta-learning. Optimization learning algorithms use an optimizer network to obtain the optimization direction at each step. Therefore, when these methods are used to optimize a neural network, we have an optimizee network whose parameters we want to learn and an optimizer network whose parameters are meta-learned.

* نویسندهٔ عهده‌دار مکاتبات

* Corresponding author

• تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۹/۲/۲۱ • تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۱۱/۲۸ • تاریخ انتشار: ۱۴۰۳/۵/۱۰ • نوع مطالعه: بنیادی

سال ۱۴۰۳ شمارهٔ ۱ پیاپی ۵۹

[DOI: 10.61186/jsdp.21.1.89]

The optimizer network receives the previous parameters and their gradients and suggests a new direction to optimize the optimizee network. Similar to the optimization algorithms based on mini-batches, all the methods devised so far for learning optimization also have this point in common that they apply the optimization method independently to each parameter. The fact that the gradient direction is not a suitable direction for optimization is also accepted in mathematical optimization algorithms, and usually, if there is no computational issue, the gradient direction is corrected by using the inverse of the Hessian matrix or its approximation by Newton or quasi-Newton methods. Therefore, we see that neural network optimization algorithms and non-linear mathematical optimization algorithms are common in not using the gradient direction.

However, in mathematical optimization methods, the proposed vector for optimization is obtained by vector operations on the previous points and gradient vectors, and an optimization algorithm never performs an operation on the elements of a vector independently. In a more detailed look, we can say that the mathematical optimization is performed in a Hilbert space, which is equal to the number of parameters of the optimization problem, and optimization direction is calculated only by using vector addition, scalar multiplication in a vector, internal multiplication between vectors and applying scalar functions on scalar values. These operations are exactly the operations that are performed in a Hilbert space.

Limiting operations on vector to vector addition, scalar multiplication in a vector, and internal multiplication of vectors is very important in reaching an optimization algorithm independent of the number of dimensions. For example, if the optimizer neural network has among its parameters a weight vector that is multiplied by the vectors of the optimization problem, then the optimizer becomes dependent on the dimensions of the problem and a dimension-independent optimization algorithm is no longer obtained. In this way, it is necessary to properly redesign the optimizer neural network components in such a way that their operations are exclusive to the allowed operations in the Hilbert space.

Here, we consider M. Andrychowicz et. al. (in: NeurIPS 2016. Learning to learn by gradient descent by gradient descent) method as the base method, where the optimizer is an LSTM network. In this paper we propose a version of the LSTM in which all computations are restricted to allowed operations in Hilbert space. We call this network Hilbert LSTM and we design our optimizer network based on it. In this way, we design a model for the optimizer network, which, like mathematical optimization methods, firstly considers the relationship between different dimensions of the space and secondly, it does not depend on the dimensions of the space. Unlike the previous methods that only used the parameters and gradients of the previous step, inspired by limited-memory BFGS, we use the parameters and gradients of *m* previous steps, where *m* refers to the limited memory size. Our results and tests show that the independence of the dimensions in the calculations in our optimizer makes the generalization power of our method to different dimensions more than other methods.

Keywords: Hilbert LSTM, LSTM, L-BFGS, meta-learning, automatic optimization

۱- مقدمه

اغلب مسائل یادگیری ماشین را می‌توان به شکل بهینه‌سازی یک تابع هدف $f(\theta)$ روی دامنه $\theta \in \Theta$ تعریف کرد. در این صورت هدف، یافتن پارمتر بهینه است، به‌طوری‌که $f(\theta)$ کمنیه شود:

$$\theta^* = \arg\min_{\theta\in\Theta} f(\theta) \qquad (۱)$$

روش‌های بسیاری برای بهینه‌کردن این عبارت وجود دارد؛ اما روش استاندارد برای بهینه‌کردن یک تابع مشتق‌پذیر، استفاده از روش‌های مبتنی بر کاهش گرادیان است که با کمک قانون (۲) پارامترها را به‌هنگام می‌کنند.

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \alpha_t \nabla f(\theta_t) \qquad (۲)$$

روش کاهش گرادیان فقط از گرادیان استفاده می‌کند و اطلاعات مرتبه دوم را نادیده می‌گیرد. روش‌های بهینه‌سازی کلاسیک این اشکال را با تغییر اندازه گام گردیان به‌کمک ماتریس Hessian که شامل مشتقات جزیی مرتبه دوم است، حل می‌کنند. علاوه بر این راه‌های دیگری نظیر استفاده از ماتریس Gauss-Newton تعمیم‌یافته یا ماتریس اطلاعات Fisher نیز وجود دارد [۱].

اغلب طراحی روش‌های بهینه‌سازی و قواعد به‌هنگام‌سازی، با توجه به نوع مسأله و حوزه کاری انجام می‌شود. برای مثال در حوزه یادگیری عمیق توجه به نکاتی نظیر ابعاد بالا و غیر محدب‌بودن مسائل نقش مهمی در طراحی روش‌های بهینه‌سازی دارد. روش‌هایی مانند momentum [۲]، Rprop [۳]، Adagrad [۴]، RMSprop [۵] و ADAM [۶] با توجه به این نکات طراحی شدند [۷]. در مقابل برخی روش‌ها که روی تنکی تمرکز داشتند، رویه متفاوتی را در پیش گرفتند [۱, ۸]. طراحی الگوریتم‌های بهینه‌سازی با توجه به حوزه فعالیت، باعث می‌شود که این الگوریتم‌ها در خارج از آن حوزه عملکرد خوبی نداشته باشند. همچنین براساس نظریه ارائه‌شده "هیچ ناهاری مجانی نیست" در [۹] می‌توان گفت که در

[DOI: 10.61186/jsdp.21.1.89]

بهینه‌سازی ترکیبی، هیچ الگوریتمی لزوما بهتر از استراتژی تصادفی عمل نمی‌کند.

هدف فرایادگیری ارائه روشی است تا مسأله طراحی الگوریتم بهینه‌سازی، به یک مسأله یادگیری ماشین تبدیل شود. در روش‌های کلاسیک، بسته به نوع مسأله، ویژگی‌های روش بهینه‌سازی به‌صورت دستی تعیین می‌شود؛ ولی در فرایادگیری هدف یادگیری ویژگی‌ها با کمک یادگیری ماشین و طراحی یک روش بهینه‌سازی با کمک آن است.

در یادگیری، وقتی به دنبال آموزش یک مدل هستیم، از مجموعه‌ای از داده‌ها استفاده می‌کنیم. در حوزه فرایادگیری این داده‌ها همان مثال‌هایی از مسائل مختلف است. این مثال‌ها با ایجاد قوانین و محدودیت‌هایی روی پارامترها منجر به آموزش مدل می‌شوند؛ سپس باید کارایی مدل در نقاطی بررسی شود که هنوز مشاهده نشده‌اند که این به مفهوم تعمیم[1] است. در واقع تعمیم یعنی قدرت پیش‌بینی رفتار تابع در نقاط جدید. از آن‌جا که در فرایادگیری داده‌ها همان نمونه مسائل هستند، می‌توان گفت که تعمیم در این حوزه، به مفهوم انتقال یادگیری[2] بین مسائل مختلف است. ما از قدرت شبکه‌های عمیق بازگشتی برای یادگیری اطلاعات و انتقال و تعمیم این دانش بین مسائل مختلف استفاده می‌کنیم.

رویکردهای مختلفی در حوزه فرایادگیری وجود دارد؛ اما یکی از مهم‌ترین آن‌ها استفاده از دو شبکه بهینه‌ساز و بهینه شونده است [۱]. طبق این روش، شبکه بهینه‌ساز، اندازه گام به‌هنگام‌سازی را برای پارامترهای بهینه‌شونده تعیین می‌کند. این رویکرد مبنای کار ما برای ارائه روشی جدید بود. در مورد این رویکرد و دیگر روش‌هایی که تاکنون ارائه‌شده در بخش بعد توضیح خواهیم داد.

ما نیز در روش خود از دو شبکه بهینه‌ساز و بهینه‌شونده استفاده می‌کنیم. برای طراحی شبکه بهینه‌ساز از الگوریتم L-BFGS [۱۰] ایده می‌گیریم تا قواعد یادگیری را استخراج کنیم. در طراحی ما یادگیری، مستقل از ابعاد ورودی انجام می‌شود و این امر از آنجا حاصل می‌شود که ما از فضای ضرب داخلی ورودی‌ها استفاده می‌کنیم. الگوریتم های بهینه سازی مبتنی بر بردار گرادیان در هر لحظه بردار گرادیان را دریافت می کنند و با نگهداری اطلاعات مکان‌ها و گرادیان‌های گذشته، تغییر مکان فعلی را به‌دست می‌آورند. ورودی و خروجی این الگوریتم‌ها، بردارهایی با ابعاد مسأله بهینه‌سازی است. همچنین این الگوریتم ها تنها مبتنی بر عملیات ضرب اسکالر، ضرب برداری و جمع برداری بر روی این بردارها هستند؛ بنابراین می‌توان گفت که این الگوریتم‌ها در فضای هیلبرت بعد مسأله بهینه‌سازی اجرا می‌شوند. ما نیز قصد داریم با ایده‌گرفتن از این مطلب، فضایی برای یادگیری ورودی‌ها ایجاد کنیم که مستقل از ابعاد ورودی باشد.

[1] generalization
[2] transfer learning

به‌طور مشخص این کار را با کمک ساختاری جدید به نام لایه ضرایب خطی انجام می‌دهیم؛ سپس از این ساختار در طراحی یک سلول جدید با نام HLSTM[3] استفاده می‌کنیم. درواقع HLSTM حاصل قراردادن لایه ضرایب خطی در سلول حافظه کوتاه‌مدت بلند (LSTM[4]) است؛ بنابراین یادگیری HLSTM به گونه‌ای است که مستقل از ابعاد ورودی‌های آن است.

در ادامهٔ مقاله ابتدا در بخش ۲ مروری بر کارهای پیشین خواهیم داشت؛ سپس در بخش ۳ روش ارائه‌شده خود را معرفی می‌کنیم. در بخش ۴ به ارزیابی روش ارائه‌شده و مقایسه آن با دیگر روش‌های بهینه‌سازی می‌پردازیم. درنهایت در بخش ۵ جمع‌بندی و نتیجه‌گیری مقاله را خواهیم داشت و کارهای قابل انجام را در آینده بررسی می‌کنیم.

$$\theta_{t+1} = \theta_t + g_t(\nabla f(\theta_t), \phi) \qquad (۳)$$

۲- مروری بر کارهای پیشین

ایده فرایادگیری یا یادگرفتنِ یادگیری[5] از گذشته [۱۱, ۱۲] تا به امروز [۱۳-۱۷] یکی از حوزه‌های مهم در یادگیری ماشین بوده است. یکی از بحث‌های مهم که درهمین اواخر مطرح شده این است که می‌توان فرایادگیری را به‌عنوان یک بلوک ساختاری مهم در هوش مصنوعی در نظر گرفت [۱۸]. یکی از انواع تعمیم، یادگیری چندوظیفه‌ای[6] [۱۹] است. به‌طور کلی می‌توان گفت که در این روش، یادگیری در دو مقیاس زمانی مختلف انجام می‌شود: یادگیری سریع در درون هر وظیفه[7] و یادگیری آهسته‌تر در بین وظایف مختلف. به‌عبارتی یادگیری دوم از نوع فرایادگیری است که سعی در انتقال دانش بین مسائل مختلف دارد.

رویکرد ارائه‌شده در [۱۲, ۲۰, ۲۱] متداول‌ترین نگرش نسبت به فرایادگیری است که معتقد است شبکه‌ها می‌توانند خودشان وزن‌شان را تغییر دهند و به‌هنگام کنند. چنین سیستمی به‌صورت ابتدا تا انتها مشتق‌پذیر است و این امر باعث می‌شود که شبکه و الگوریتم یادگیری به‌صورت پیوسته به‌وسیلهٔ کاهش گرادیان قابل آموزش باشند. علاوه‌براین، کارهایی برای تغییر روش جستجو از کاهش گرادیان به دیگر روش‌ها نیز انجام شده است [۱, ۲۲]. برای مثال در [۲۳] از یادگیری تقویتی برای تعیین طول گام استفاده شده است.

برخی مقالات نیز روش‌هایی ارائه کرده‌اند تا بدون پس‌انتشار خطا بتوان پارامترها را به‌هنگام کرد [۲۴, ۲۵]. همچنین نشان داده شد که شبکه‌های عصبی بازگشتی با وزن ثابت می‌توانند رفتار پویا داشته باشند، بدون این‌که نیاز باشد وزن‌شان را تغییر دهیم [۲۶, ۲۷]. درنهایت مقالات [۲۸, ۲۹] نشان دادند که خروجی پس‌انتشار خطای یک شبکه را می‌توان

[3] Hilbert LSTM
[4] Long Short-Term Memory
[5] learning to learn
[6] multi-task learning
[7] task

[DOI: 10.61186/jsdp.21.1.89]

به‌عنوان ورودی یک شبکه دیگر استفاده کرد و هر دو شبکه را به‌صورت پیوسته آموزش داد. این راه‌کار در مقاله [۱] نیز مورد استفاده قرار گرفته است و یک شبکه به‌عنوان بهینه‌ساز و دیگری به‌عنوان بهینه‌شونده معرفی شده است. در ادامه این روش را دقیق‌تر بررسی می‌کنیم.

۱-۱- استفاده از دو شبکه بهینه‌ساز و بهینه‌شونده

یک رویکرد در فرایادگیری، استفاده از دو ساختار بهینه‌ساز و بهینه‌شونده است. به این صورت که بهینه‌ساز، قانونی برای به‌هنگام‌سازی وزن‌های بهینه‌شونده یاد می‌گیرد. در مقاله [۱] از این ساختار استفاده شده که بهینه‌ساز از نوع شبکه LSTM [۳۰] است. طبق این مقاله یک بهینه‌شونده با پارامتر θ و یک قانون بهینه‌سازی (g) تعریف می‌شود. این قانون به‌وسیلهٔ یک بهینه‌ساز با پارمتر ϕ تعریف می‌شود. درنتیجه قانون کلی برای به‌هنگام سازی پارامتر θ به شکل معادله (۳) به‌دست می‌آید.

برای مدل‌سازی g از یک شبکه عصبی بازگشتی از نوع LSTM استفاده می‌شود که همان شبکه بهینه‌ساز است. فرایند یادگیری و تعامل دو ساختار بهینه‌شونده و بهینه‌ساز در **(شکل -۲)** آمده است. بهینه‌ساز طراحی‌شده نقش تعیین قانون g برای به‌هنگام‌سازی پارامترهای بهینه‌شونده را برعهده دارد. درواقع طول گام به‌هنگام سازی برای پارامترهای بهینه‌شونده، به‌وسیلهٔ بهینه‌ساز تعیین می‌شوند. بهینه‌شونده نیز خطا را به بهینه‌ساز بازمی‌گرداند. این فرایند به‌صورت تکرارشونده انجام می‌شود تا خطای نهایی خروجی بهینه‌شونده کاهش یابد. پارامترهای شبکه بهینه‌ساز نیز به‌وسیلهٔ کاهش گرادیان به‌هنگام می‌شوند.

در [۱] برای آموزش بهینه‌ساز از تابع هزینه (۴) استفاده می‌شود:

$$L(\phi) = E_f[f(\theta^*(f,\phi))] \qquad (۴)$$

که در اینجا E به مفهوم امید ریاضی است و پارامتر بهینه θ^* نیز تابعی از پارمتر ϕ است. قانون بهینه‌سازی پارامتر θ یا همان طول گام به‌هنگام سازی، طبق آنچه در مقدمه بیان کردیم با g_t نام‌گذاری شده است.

تابع هزینه تعریف شده در معادله (۴) فقط به مقدار نهایی پارامتر بستگی دارد؛ اما برای آموزش شبکه بهنیه‌ساز بهتر است تابع هزینه به تمام مسیر بهینه‌سازی وابسته باشد؛ بنابراین تابع هزینه جدیدی تعریف می‌کنند:

$$L(\phi) = E_f\left[\sum_{t=1}^{T} \omega_t f(\theta_t)\right] \qquad (۵)$$

در این تابع هزینه ω_t وزنی اختیاری است و هر عدد بزرگتر از صفری می‌تواند باشد. درواقع طبق تئوری، فقط زمانی می‌توان نسبت به مدل ارزیابی داشت که مسیر تا انتها طی شده باشد. یعنی باید فقط به ازای $t = T$ یک باشد و در بقیه لحظات صفر باشد. ولی طبق آزمایش‌های انجام شده در [۱] این کار منجر به این می‌شود که الگوریتم پس‌انتشار خطا به‌خوبی عمل نکند و به عنوان راه‌حل پیشنهاد شده است تا ω_t در تمام لحظات برابر یک باشد.

پارامتر θ با قانون $\theta_{t+1} = \theta_t + g_t$ به‌روزرسانی می‌شود که g_t خروجی شبکه عصبی بازگشتی (m) است:

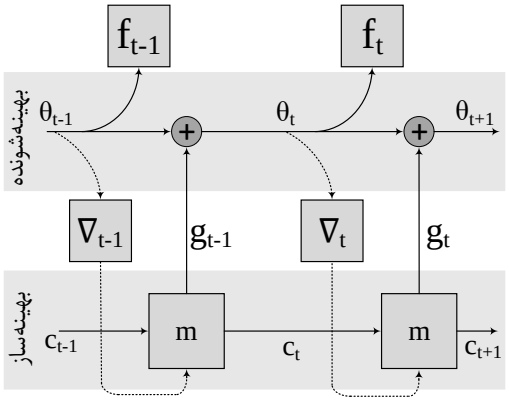
$$\begin{bmatrix} g_t \\ c_{t+1} \end{bmatrix} = m(\nabla_t, c_t, \phi) \qquad (۶)$$

همچنین برای بهینه‌سازی تابع هزینه (۶) روی پارامتر ϕ از الگوریتم کاهش گرادیان استفاده می‌کنند. جزییات بهینه‌ساز و نحوه تعامل آن با بهینه‌شونده،در (شکل- ۱) قابل مشاهده است. گرادیان فقط از خطوط توپر عبور می‌کند و از خطوط نقطه‌چین عبور نمی‌کند. نادیده گرفتن گرادیان در خطوط نقطه‌چین بیان‌گر این مطلب است که گرادیان بهینه‌شونده به پارامترهای بهینه‌ساز وابسته نیست. به عبارت دیگر یعنی $\partial\nabla_t/\partial\phi = 0$ و این فرض باعث می‌شود تا نیازی به محاسبه مشتق دوم f نباشد.

در بخش ۳ خواهیم دید که مدل ارائه شده به‌وسیلهٔ ما به‌صورت مختصات‌محور عمل نمی‌کند و ارتباطات ابعاد را نیز در نظر می‌گیرد. همچنین می‌تواند ورودی‌هایی با ابعاد متفاوت را بهینه کند.

۱-۲- حافظه کوتاه‌مدت بلند (LSTM)

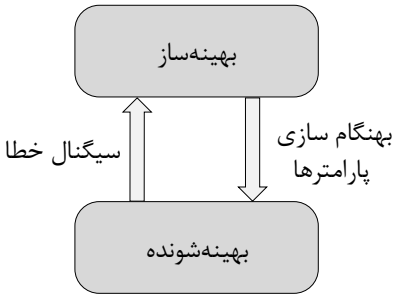
LSTM [۳۰] نوعی شبکه عصبی بازگشتی است و همانطور که در بخش قبلی دیدیم برای طراحی بهینه‌ساز از آن استفاده شده است. (شکل- ۴) ساختار یک سلول LSTM را نشان می‌دهد. c حالت سلول را در هر لحظه نشان می‌دهد. h و x به ترتیب حالت مخفی و ورودی هستند. σ گیت با تابع فعالیت سیگموید را نشان می‌دهد. $tanh$ نشان دهنده‌ی تابع فعالیت تانژانت هایپربولیک است. f ، i و o به ترتیب خروجی گیت فراموشی، گیت ورودی و گیت خروجی است. پارامتر زمان نیز با اندیس t مشخص شده است. روابط زیر مقدار متغیرها را به شکل دقیق‌تر مشخص می‌کنند.



(شکل- ۱): تعامل شبکه بهینه‌ساز و بهینه‌شونده در [۱]

(Figure -2): interaction of optimizer network and optimizee in [1]

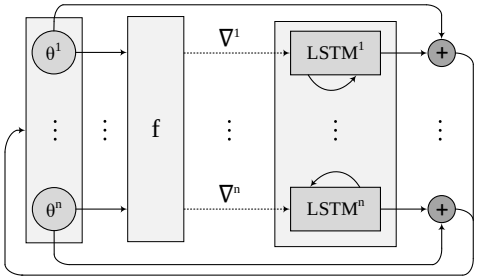
[DOI: 10.61186/jsdp.21.1.89]



(شکل -۲): شبکه بهینه‌ساز نحوه بهنگام سازی پارامترهای بهینه‌شونده را تعیین می‌کند.

Figure (1): optimizer network determines the update rule for the optimizee parameters

همچنین برای کاهش بار محاسبات، مشابه آنچه در الگوریتم‌های ADAM و RMSprop وجود دارد، شبکه بهینه‌ساز به‌صورت مختصات‌محور[8] عمل می‌کند. یعنی هر بُعد از پارامترهای تابع هدف، به‌صورت جداگانه و مستقل از ابعاد دیگر به‌هنگام می‌شود. (شکل- ۳) بیان‌گر این توضیحات است.



(شکل- ۳): عملکرد مختصات‌محور روی پارامترها

(Figure -3): coordinatewise operation on the parameters

$$i_t = \sigma(W_{xi}x_t + b_{xi} + W_{hi}h_{t-1} + b_{hi}) \quad (۷)$$

$$f_t = \sigma(W_{xf}x_t + b_{xf} + W_{hf}h_{t-1} + b_{hf}) \quad (۸)$$

$$g_t = tanh(W_{xg}x_t + b_{xg} + W_{hg}h_{t-1} + b_{hg}) \quad (۹)$$

$$o_t = \sigma(W_{xo}x_t + b_{xo} + W_{ho}h_{t-1} + b_{ho}) \quad (۱۰)$$

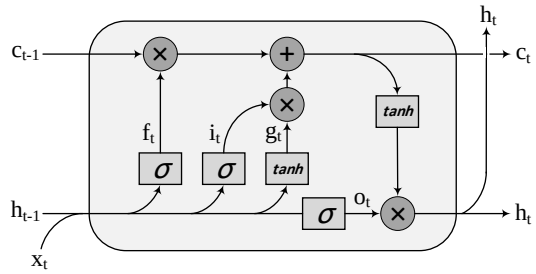
$$c_t = f_t \times c_{t-1} + i_t \times g_t \quad (۱۱)$$

$$h_t = o_t \times tanh(c_t) \quad (۱۲)$$

در این روابط W پارمتر شبکه است و اندیس آن نشان‌دهنده‌ی این است که پارامتر مربوط به کدام گیت و متغیر است. همچنین به دلیل خاصیت وزن اشتراکی[9] در طول زمان، پارامتر W نیاز به اندیس t ندارد.

با در نظرگیری ساختار اولیه LSTM ما به دنبال اعمال تغییراتی هستیم تا مدل HLSTM را ارائه کنیم.

[8] coordinatewise
[9] weight sharing



(شکل- ۴): سلول LSTM

(Figure- 4): An LSTM cell

۳-۱- الگوریتم L-BFGS

در روش BFGS کلاسیک، برای یافتن کمینه تابعی مانند $F(\theta)$ از تقریب ماتریس Hessian (H) استفاده می‌شود. برای کاربردهای در مقیاس بزرگ لازم است از نسخه حافظه محدود استفاده کرد که روی تعداد زیادی متغیر قابل اجرا است که به آن روش L-BFGS می‌گویند. L-BFGS تاریخچه‌ای از متغیرها را در بازه زمانی l لحظه قبل ذخیره می‌کند که به l اندازه حافظه می‌گویند؛ سپس از یک تخمین اولیه برای H استفاده می‌کند که به‌طورمعمول ماتریس همانی است. در ادامه به‌صورت مرحله‌به‌مرحله با شروع از لحظه $t-l$ ماتریس H به‌هنگام سازی می‌شود. دلیل این امر این است که دیگر نیازی به ذخیره ماتریس H نیست و تنها ضرب‌های میانی ایجادشده باید ذخیره شود. این الگوریتم تعدادی بردار را به عنوان ورودی می‌پذیرد. این بردارها شامل بردار q (که برابر منفی گرادیان کل ویژگی‌های بهینه‌شونده است) و بردارهای y_i و s_i هستند:

$$y_k = \nabla F(\theta_{(t+1)}) - \nabla F(\theta_{(t)})$$
$$s_k = \theta_{(t+1)} - \theta_{(t)} \quad (۱۳)$$

درنتیجه تعداد بردارهای ورودی برابر $2*l+1$ است. خروجی این الگوریتم بردار r است که معادل با ضرب تخمین ماتریس H در گرادیان تابع F در لحظه t است:

$$r = H_k \nabla F(\theta_{(t)}) \quad (۱۴)$$

درنهایت با کمک این تخمین پارامترها به‌هنگام می‌شوند.

۲- روش ارائه‌شده

همان‌طور که گفتیم الگوریتم های بهینه‌سازی مبتنی بر بردار گرادیان (همانند کاهش گرادیان یا BFGS) در هر لحظه بردار گرادیان را دریافت می کنند و با نگهداری اطلاعات مکان‌های گذشته و گرادیان های گذشته، تغییر مکان فعلی را به دست می آورند. ورودی این الگوریتم ها و خروجی آنها بردارهایی با ابعاد مسأله بهینه سازی است و این الگوریتم ها تنها مبتنی بر عملیات ضرب داخلی، ضرب اسکالر و جمع برداری بر روی این بردارها نوشته می‌شوند؛ بنابراین می‌توان گفت که این الگوریتم‌ها در فضای هیلبرت بعد مسأله بهینه‌سازی اجرا می‌شوند. ما نیز قصد داریم با ایده‌گرفتن از این مطلب، فضایی

[DOI: 10.61186/jsdp.21.1.89]

برای یادگیری ورودی‌ها ایجاد کنیم که مستقل از ابعاد ورودی باشد.

ما برای پیاده‌سازی روش خود از دو شبکه بهینه‌ساز و بهینه‌شونده استفاده می‌کنیم. شبکه بهینه‌ساز نقش تعیین گام به‌هنگام‌سازی برای پارامترهای بهینه‌شونده را بر عهده دارد. برای ساخت بهینه‌ساز از سلول HLSTM استفاده می‌کنیم که ایده طراحی آن را از LSTM گرفته‌ایم. HLSTM برخلاف LSTM، می‌تواند با ورودی‌هایی با اندازه‌های مختلف کار کند و آن‌ها را یاد بگیرد. درواقع یادگیری ما مستقل از ابعاد است. دلیل این استقلال، این است که ما شبکه خود را به‌طورمستقیم روی داده‌ها آموزش نمی‌دهیم و ساختاری ارائه می‌کنیم تا روی ضرب داخلی ورودی‌ها آموزش ببینند. این ساختار، لایه ضرایب خطی نام دارد که در **Error! Reference source not found.**) آمده است. در بخش ۳-۱ این لایه و اجزا آن را به‌صورت کامل توضیح می‌دهیم. در این لایه برای ترکیب ورودی‌ها از ضرب داخلی استفاده می‌کنیم. این ساختار الهام‌گرفته از الگوریتم L-BFGS است.

(شکل- ۵): لایه ضرایب خطی ارائه شده و ورودی‌ها و خروجی‌های این لایه

(Figure- 5): proposed linear coefficients layer and the inputs and outputs of this layer

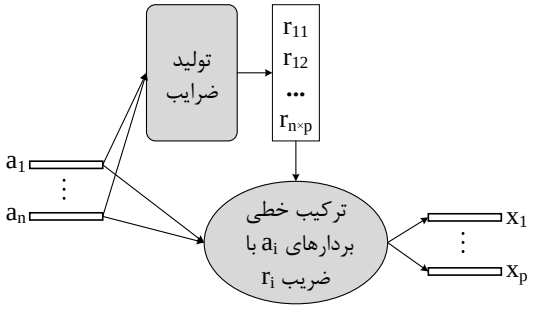
در ادامه ابتدا به ارتباط روش خود با L-BFGS می‌پردازیم و ساختار لایه ضرایب خطی را معرفی می‌کنیم. پس از آن سلول HLSTM را معرفی می‌کنیم. همچنین معماری‌های مختلفی که می‌توان برای HLSTM در نظر گرفت را بررسی می‌کنیم. سپس بهینه‌ساز را طراحی می‌کنیم که مبتنی بر HLSTM است.

۱-۲- ساختار لایه ضرایب خطی

در بخش ۲-۳ الگوریتم L-BFGS را توضیح دادیم. تعامل به‌صورت دسته‌ای L-BFGS با ورودی‌ها، باعث شد تا به فکر ارائه بهینه‌سازی خودکار باشیم تا علاوه بر عمل کردن به‌صورت دسته‌ای روی ورودی‌ها، قادر به یادگیری قوانین بهینه‌سازی نیز باشد. برای این منظور نیاز به ساختاری است که بتواند صرف نظر از ابعاد بردارها، تعدادی بردار را به عنوان ورودی بگیرد. لایه ضرایب خطی تعدادی بردار را به عنوان ورودی می‌گیرد و در خروجی نیز تعدادی بردار برمی‌گرداند. تعداد بردارهای ورودی و خروجی مشخص است، ولی تعداد ویژگی‌های هریک از بردارهای ورودی و خروجی نامشخص اما یکسان است. ورودی و خروجی‌های این لایه در **Error! Reference source not found.**) قابل مشاهده است.

در این لایه هر یک از بردارهای خروجی ترکیبی خطی از بردارهای ورودی هستند. برای اینکه از تعدادی بردار، ترکیب خطی آن‌ها را بسازیم به تعدادی ضریب نیاز داریم. این ضرایب، میزان دخیل بودن هر بردار ورودی را برای هر بردار خروجی تعیین می‌کند. زیرساختاری یا واحدی که ضرایب را تولید می‌کند بخش تولید ضرایب می‌نامیم. ساده‌ترین راه برای تولید ضرایب این است که ضرب داخلی بردارهای ورودی را به‌صورت دو به دو محاسبه کرده سپس آن‌ها را به یک شبکه عصبی بدهیم. این کار باعث می‌شود که یادگیری شبکه عصبی، مستقل از ابعاد بردارها باشد؛ چون از ضرب داخلی بردارها استفاده می‌کند و مستقیما خود بردارها را به عنوان ورودی نمی‌گیرد.

در (شکل- ۵) جزئیات لایه ضرایب خطی را نشان داده‌ایم. برای مثال در این شکل مشخص است که چگونه n بردار ورودی دریافت و p بردار خروجی حاصل می‌شود. فرض کنید ساختار ما دارای n ورودی است. این ورودی‌ها به بخش تولید ضرایب داده می‌شوند. این بخش n عدد اسکالر تولید می‌کند که هر یک از این n عدد متناظر با یک بردار ورودی است و در آن بردار ضرب می‌شود. در نهایت بردارهای حاصل با هم جمع می‌شوند و یک خروجی را می‌سازند. برای تولید خروجی‌های بیشتر همین روال با ضرایب جدید انجام می‌شود. بنابراین اگر n بردار ورودی داشته باشیم و تعداد خروجی‌ها هم p باشد، بخش تولید ضرایب $n \times p$ مقدار اسکالر تولید می‌کند.



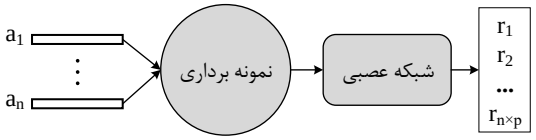
(شکل- ۵): ساختار لایه ضرایب خطی

Figure (6): structure of linear coefficients layer

همانطور که گفتیم بخش تولید ضرایب، تعدادی بردار را به عنوان ورودی می‌گیرد و تعدادی اسکالر متناسب با تعداد بردارهای خروجی تولید می‌کند. این بخش خود شامل دو قسمت است. قسمت اول از بردارهای ورودی نمونه برداری می‌کند. قسمت دوم نمونه‌ها را به یک شبکه عصبی می‌دهد که این شبکه خروجی نهایی را که همان اعداد اسکالر است تولید می‌کند. این قسمت‌ها در **Error! Reference source not found.**) نشان داده شده‌اند.

[DOI: 10.61186/jsdp.21.1.89]

برای نمونه‌برداری از بردارهای ورودی می‌توان از روش‌های مختلفی استفاده کرد. اما توجه به دو نکته ضروری است: نمونه‌ها باید مفید و کافی باشند و همچنین فرآیند نمونه برداری نباید تحت تاثیر اندازه بردارها باشد؛ زیرا می‌خواهیم شبکه بهینه‌سازی که در نهایت طراحی می‌کنیم در تعامل با بردارهای مختلف از نظر تعداد ویژگی عملکرد یکسانی داشته باشد. در الگوریتم L-BFGS از ضرب داخلی بردارها که به نحوی هنجار شده‌اند استفاده شده است. در اینجا نیز ما از ضرب داخلی بردارهای ورودی استفاده می‌کنیم.



(شکل- ۷): ساختار بخش تولید ضرایب
(Figure-7): structure of coefficient generation unit

اما مشکلی که در استفاده از ضرب داخلی وجود دارد این است که وابسته به طول بردارها است. بنابراین باید هنجارسازی مناسبی صورت گیرد تا وابستگی ضرب داخلی را به تعداد ویژگی‌های بردارها کم کند. برای این کار ما حاصل ضرب داخلی بردارها را بر حاصل جمع نرم ۲ آن‌ها می‌کنیم:

$$\frac{\left(a_i^T a_j\right)}{\left(\|a_i\|^2 + \|a_j\|^2\right)} \qquad (۱۵)$$

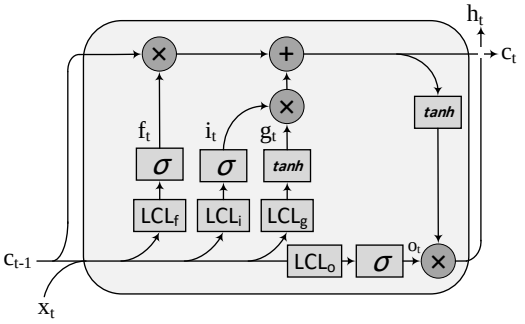
اعداد تولید شده در بخش نمونه‌برداری به یک شبکه عصبی داده می‌شوند. می‌توان از شبکه‌های مختلفی استفاده کرد ولی در این‌جا ما از شبکه خطی تک لایه‌ی دارای بایاس استفاده می‌کنیم. خروجی شبکه عصبی همان ضرائب لازم برای ترکیب خطی بردارهای ورودی است؛ درواقع ما در اینجا ضرایب ترکیب خطی بردارهای ورودی را از طریق یک شبکه عصبی یاد گرفتیم که خود مستقل از ابعاد داده‌های ورودی آموزش دیده است.

۲-۲- ساختار HLSTM

در بخش قبل لایه ضرایب خطی را توضیح دادیم. حال می‌خواهیم با ایده گرفتن از سلول LSTM و همچنین ترکیب آن با لایه ضرایب خطی یک ساختار بازگشتی مبتنی بر بردار طراحی کنیم. این ساختار صرف نظر از ابعاد بردار ورودی، ویژگی‌ها را یاد می‌گیرد.

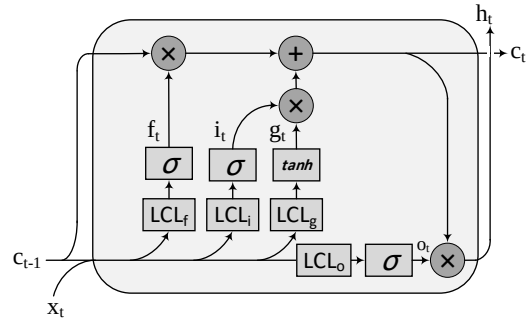
همانطور که در (شکل- ۴) مشاهده می‌شود، در قسمتی از سلول LSTM یک شبکه با تابع فعالیت *tanh* خروجی g_t را تولید می‌کند. ما برای طراحی HLSTM، بخش خطی این قسمت را با لایه ضرایب خطی جایگزین می‌کنیم. تعداد بردارهای ورودی به لایه ضرایب خطی برابر با مجموع تعداد بردارهای حالت مخفی لحظه قبل (h_{t-1}) و تعداد بردارها ورودی در همان لحظه (x_t) است. این بخش را در HLSTM با عنوان LCL_g نام‌گذاری می‌کنیم که در (شکل- ۶) قابل مشاهده است. خروجی این لایه هم به یک غیر خطی ساز *tanh* داده می‌شود تا خروجی g_t را تولید کند.

گیت‌ها مشابه LSTM با σ تعیین شده‌اند. اما در HLSTM برای تولید ورودی گیت‌ها از لایه ضرایب خطی استفاده می‌کنیم. این لایه‌ها ورودی گیت‌های فراموشی، ورودی و خروجی را می‌سازند و به ترتیب LCL_f، LCL_i و LCL_o نام دارند. این بخش‌ها در (شکل- ۶) قابل مشاهده هستند. همانطور که مشخص است تمام بخش‌هایی که نیاز به یادگیری دارند، مستقیما از بردارهای ورودی به سلول استفاده نمی‌کنند و از ضرب داخلی آن‌ها استفاده می‌کنند.



(شکل- ۶): ساختار اول سلول HLSTM
(Figure -8): first structure of HLSTM cell

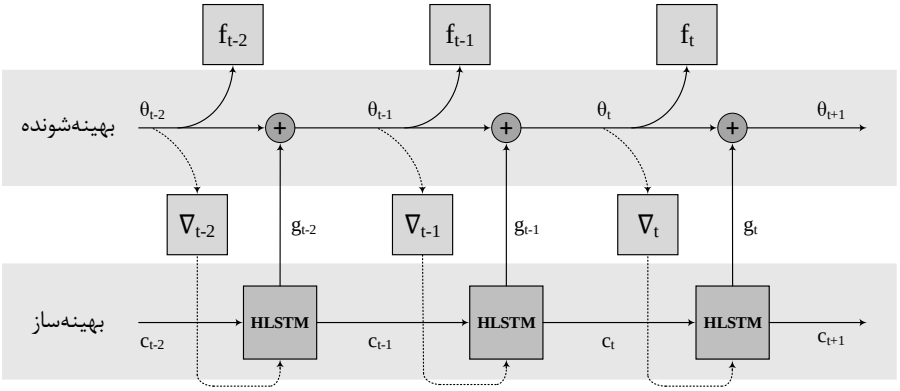
برای تولید h_t خروجی را از یک تابع فعالیت *tanh* گذرانده‌ایم. اگر روی یک بردار بدون اینکه تبدیل روی آن صورت گیرد یک غیرخطی‌ساز اعمال شود، کمی مبهم به نظر می‌رسد و منجر به تخریب داده‌ها می‌شود. مثلا در کاربرد طراحی بهینه‌ساز، اعمال غیرخطی‌ساز در میانه گراف محاسباتی، منجر به از بین رفتن اطلاعات می‌شود. برای رفع این مشکل دو راه وجود دارد. راه اول این است که در ورودی سلول HLSTM به‌جای h_{t-1} از c_{t-1} استفاده کنیم. در این صورت غیرخطی‌ساز *tanh* نقشی در میانه گراف محاسباتی ندارد و فقط در خروجی نهایی شرکت می‌کند. HLSTM (شکل- ۶) با این روش طراحی شده است. اما راه دیگر این است که کلا بخش مربوط به غیرخطی‌ساز *tanh* در خروجی را حذف کنیم. ساختار HLSTM طراحی شده با این روش در (شکل- ۷) نشان داده شده است.



[DOI: 10.61186/jsdp.21.1.89]

(شکل- ۷): ساختار دوم سلول HLSTM

(Figure-9): second structure of HLSTM cell



(شکل-۸): ساختار شبکه بهینه‌ساز و بهینه‌شونده و نحوه تعامل آن‌ها با یکدیگر

(Figure -10): the structure of optimizer network and optimizee and interaction between them

۳-۲- طراحی شبکه بهینه‌ساز با کمک HLSTM

همان‌طورکه توضیح داده شد، ما از لایه ضرایب خطی در ساخت سلول HLSTM استفاده کردیم و اکنون می‌توانیم با کمک این سلول، بهینه‌ساز را طراحی کنیم. پارامتر شبکه بهینه‌ساز را ϕ و پارمتر بهینه‌شونده را θ می‌نامیم. حال با کمک بهینه‌ساز، طول گام به‌هنگام سازی (g_t) را برای پارامترهای شبکه بهینه‌شونده را تعیین می‌کنیم. برای آموزش بهینه‌ساز از تابع هزینه (۱۶) استفاده می‌کنیم:

$$L(\phi) = E_f\left[\sum_{t=1}^{T} \omega_t f(\theta_t)\right], \qquad (۱۶)$$

$$\theta_{t+1} = \theta_t + g_t,$$

$$\begin{bmatrix} g_t \\ c_{t+1} \end{bmatrix} = HLSTM(\nabla_t, c_t, \phi)$$

همان‌طور که مشخص است، در هر گام پارامتر θ با توجه به g_t به‌هنگام می‌شود که g_t خروجی شبکه HLSTM است. با مقایسه معادله (۱۶) با معادلات (۵) و (۶) مشاهده می‌شود که ما ساختار HLSTM را جایگزین شبکه عصبی بازگشتی سابق کرده‌ایم.

برای به‌هنگام‌سازی پارامتر شبکه بهینه‌ساز از الگوریتم کاهش گرادیان استفاده می‌کنیم. ساختار طراحی‌شده و نحوه تعامل شبکه بهینه‌ساز و بهینه‌شونده در (شکل-۸) قابل مشاهده است. در مدل ما نیز مشابه [۱] گرادیان فقط از خطوط توپر عبور می‌کند و از خطوط نقطه‌چین عبور نمی‌کند. عدم بازگرداندن گرادیان از خطوط نقطه‌چین به این معنا است که گرادیان بهینه‌شونده به پارامترهای بهینه‌ساز وابسته نیست؛ همچنین این فرض منجر به این می‌شود که نیازی به محاسبه مشتق دوم f نباشد. در طراحی بهینه‌ساز می‌توان از هر دو ساختار HLSTM طراحی شده استفاده کرد.

بهینه‌ساز طراحی‌شده توسط ما برای یادگیری ورودی از فضای ضرب داخلی استفاده می‌کند، درنتیجه می‌تواند با ورودی‌های با ابعاد متنوع و مختلف هم کار کند. همچنین برخلاف بسیاری از روش‌های بهینه‌سازی نظیر ADAM، RMSprop و [۱] که به‌صورت مختصات‌محور روی ابعاد عمل می‌کنند، مدل ما ارتباطات بین ابعاد مختلف ورودی را در نظر می‌گیرد. در بخش بعدی علاوه‌بر مقایسه روش خود با الگوریتم‌های بهینه‌سازی دیگر، معماری‌های مختلفی از بهینه‌ساز خود را نیز با هم مقایسه می‌کنیم.

۳- آزمایش‌ها و نتایج

در این بخش به آزمایش معماری‌های مختلف بهینه‌ساز ارائه‌شده و همچنین مقایسه آن با دیگر الگوریتم‌های بهینه‌سازی می‌پردازیم. برای این کارمجموعه‌ای از توابع درجه دو مصنوعی مطابق معادله (۱۷) را تولید می‌کنیم و مدل‌های مختلف را برای کمینه‌کردن آن‌ها آموزش می‌دهیم.

$$f(\theta) = \|W\theta - y\|_2^2 \qquad (۱۷)$$

مقادیر این متغیرها با نمونه‌برداری از توزیع گوسی مستقل با توزیع یکسان به‌دست می‌آیند. الگوریتم‌ها روی مجموعه‌ای تصادفی از این توابع درجه دو آموزش می‌بینند و سپس در مرحله بعد روی مجموعه جدیدی اعتبارسنجی[10] و آزمون[11] می‌شوند.

در تمام آزمایش‌ها از یک بهینه‌ساز دولایه استفاده می‌کنیم. در هر لایه با توجه به معماری، ساختار اول سلول HLSTM یا ساختار دوم آن را به‌کار می‌گیریم. برای آموزش بهینه‌ساز نیز از الگوریتم ADAM استفاده می‌کنیم. در پایان

[10] validation
[11] test

[DOI: 10.61186/jsdp.21.1.89]

هر دور[12]، پارامترهای بهینه‌ساز ثابت می‌شوند و مدل اعتبارسنجی می‌شود. در انتهای آموزش بهترین مدل انتخاب می‌شود و آزمون براساس آن مدل انجام می‌شود. ارزیابی براساس میانگین نتایج به‌دست‌آمده روی صد مسأله درجه دوم جدید انجام می‌شود.

[12] epoch

[DOI: 10.61186/jsdp.21.1.89]

(جدول -۱): پارامترهای معماری‌های مختلف ارائه‌شده

Table (1): parameters of different proposed architectures

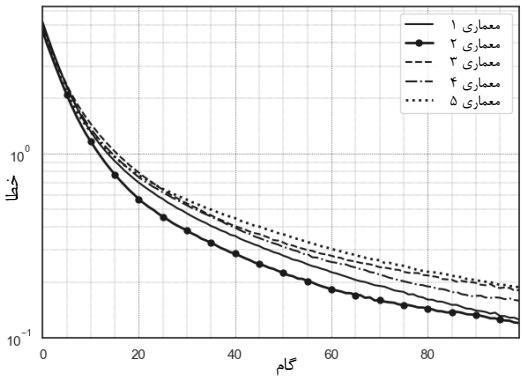
پارامترها	معماری۱	معماری۲	معماری۳	معماری۴	معماری۵
لایه ۱	ساختار دوم HLSTM	ساختار دوم HLSTM	ساختار دوم HLSTM	ساختار دوم HLSTM	ساختار دوم HLSTM
لایه ۲	ساختار دوم HLSTM	ساختار اول HLSTM	ساختار دوم HLSTM	ساختار اول HLSTM	ساختار اول HLSTM
گام بهینه‌سازی	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰
دور	۵۰	۵۰	۱۰۰۰	۱۰۰۰	۵۰
تکرار	۲۰	۲۰	۱	۱	۲۰
نرخ یادگیری	۰/۰۰۳	۰/۰۰۳	۰/۰۰۳	۰/۰۰۳	۰/۰۰۳
تعداد نورون مخفی	۱	۱	۱	۱	۵

برای پیاده‌سازی مدل خود و دیگر الگوریتم‌ها از زبان برنامه‌نویسی Python و به‌طور خاص از ابزار Pytorch استفاده می‌کنیم. پارمترهای دقیق هر آزمایش در هر بخش به‌طور دقیق ذکر شده‌اند.

۱-۳- مقایسه معماری‌های مختلف بهینه‌ساز ارائه شده

در این بخش معماری‌های مختلفی از بهینه‌ساز ارائه‌شده را طراحی و با هم مقایسه می‌کنیم. لازم به یادآوری است که در تمام معماری‌ها از دو لایه HLSTM برای بهینه‌ساز استفاده می‌شود. در انجام آزمایش‌ها با دو مفهوم دور و تکرار[۱۳] سروکار داریم. اگر تعداد دور برابر n و تعداد تکرار برابر m باشد، در مجموع $n \times m$ دفعه آموزش انجام می‌گیرد. به این صورت که در هر دور تعداد m مسأله درجه دو تصادفی طراحی و برای آموزش استفاده می‌شود. پس از این m دفعه ما به انتهای دور می‌رسیم و مدل آموزش دیده‌شده را اعتبارسنجی می‌کنیم. در ادامه معماری‌ها را معرفی می‌کنیم:

- معماری۱: هر دو لایه این معماری از ساختار دوم سلول HLSTM ((شکل- ۷)) استفاده می‌کنند. تعداد دورها برابر ۵۰ و تکرارها برابر ۲۰ است. همچنین تعداد نورون‌های مخفی برای هر لایه ۱ در نظر می‌گیریم.
- معماری۲: لایه اول این معماری از ساختار دوم سلول HLSTM استفاده می‌کند. اما لایه دوم از ساختار اول ((شکل- ۶)) استفاده می‌کند. تعداد دورها برابر ۵۰ و تکرارها برابر ۲۰ است و تعداد نورون‌های مخفی برای هر لایه هم برابر ۱ می‌باشد.
- معماری۳: مانند معماری ۱ هر دو لایه این معماری از ساختار دوم سلول HLSTM ((شکل- ۷)) استفاده می‌کنند. اما در اینجا تعداد دورها برابر ۱۰۰۰ و تعداد تکرارها برابر ۱ است. یعنی اعتبارسنجی در طی گام‌های کوچکتری نسبت به معماری ۱ صورت می‌پذیرد. تعداد نورون‌های مخفی برای هر لایه هم برابر ۱ است.
- معماری۴: مانند معماری ۲، لایه اول از ساختار دوم سلول HLSTM استفاده می‌کند و لایه دوم از ساختار اول استفاده می‌کند. تعداد دور و تکرار مشابه معماری ۳ به ترتیب برابر ۱۰۰۰ و ۱ است. تعداد نورون‌های مخفی برای هر لایه هم برابر ۱ است
- معماری۵: این معماری مشابه معماری ۲ است با این تفاوت که تعداد نورون‌های مخفی برای هر لایه ۵ است. دقت کنید که در تمام معماری‌ها قبلی این تعداد برابر ۱ بود.



(شکل- ۹): نتایج آزمایشات انجام شده روی معماری‌های مختلف ارائه شده روی مسائل درجه ۲ با اندازه بعد ۵

(Figure -11): the result of experiments on different architectures of proposed method on 5-dimensional quadratic functions

خلاصه معماری‌های بالا با جزییات کامل در (**جدول**) آمده است. در این جدول، گام بهینه‌سازی، طول زمانی تخصیص داده شده به مدل برای یادگیری و ارزیابی را تعیین می‌کند. نرخ یادگیری نیز برای تمام معماری‌ها برابر ۰/۰۰۳ در نظر گرفته شده است. ما نرخ یادگیری‌ها مختلفی را برای معماری‌ها بررسی کردیم و با روش جستجوی تصادفی به این نرخ رسیدیم. همچنین تعداد نورون‌های مخفی برای هر لایه در جدول

[13] iteration

[DOI: 10.61186/jsdp.21.1.89]

مشخص شده است. ابتدا نتایج را روی توابع درجه دو با اندازه بعد ۵ بررسی می‌کنیم. یعنی W ماتریسی ۵ در ۵ و y برداری با طول ۵ است. برای ارزیابی صد مسأله درجه دو جدید با همین اندازه از توزیع یاد شده تولید می‌کنیم؛ سپس میانگین نتایج هر مدل را در طول گام‌های بهینه‌سازی این مسائل نشان می‌دهیم. (شکل- ۹) این نتایج را نشان می‌دهد. طبق نتایج معماری ۲ بهترین نتیجه را داده و پس از آن معماری ۱ با اختلاف اندکی نتیجه خوبی داده است؛ اما معماری ۳ نتیجه خوبی ندارد و این نشان می‌دهد ارزیابی مدل در پس از هر بار حل مسأله درجه دو راهکار چندان مناسبی نیست. معماری ۵ نیز نتیجه ضعیف‌تری نسبت به دیگر معماری‌ها دارد و نشان می‌دهد افزایش بردارهای مخفی تاثیری در بهبود نتایج ندارد و حتی موجب بدترشدن آن نیز می‌شود.

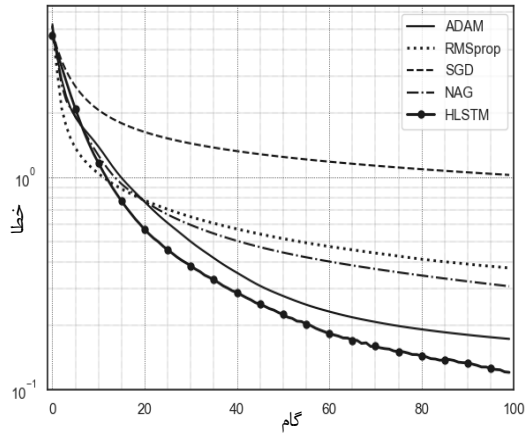
حال قصد داریم آزمایش را با توابع درجه دو با اندازه ۱۰ انجام دهیم. با توجه به اینکه معماری ۱ و ۲ با اختلاف نسبت به دیگر معماری‌ها نتایج بهتری گرفته‌اند، فقط روی این دو معماری آزمایش‌ها را انجام می‌دهیم. نتایج در **Error! Reference source not found.**(آمده‌اند. همان‌طورکه مشخص است معماری ۲ نتایج بهتری ارائه داده است و این نشان می‌دهد استفاده از HLSTM نوع اول در لایه دوم منجر به نتایج بهتر می‌شود. با مقایسه (شکل- ۹) و **Error! Reference source not found.**) مشاهده می‌شود که مسأله با اندازه ۱۰ به‌مراتب سخت‌تر از مسأله با اندازه ۵ است و میزان خطای مدل در مسأله بزرگتر، بیشتر است.

با توجه به اینکه نتایج معماری ۲ بهتر از دیگر معماری‌ها بود. در ادامه برای مقایسه روش خود با دیگر روش‌ها از این معماری استفاده می‌کنیم.

۳-۲- مقایسه بهینه‌ساز ارائه‌شده با الگوریتم‌های بهینه‌سازی دستی

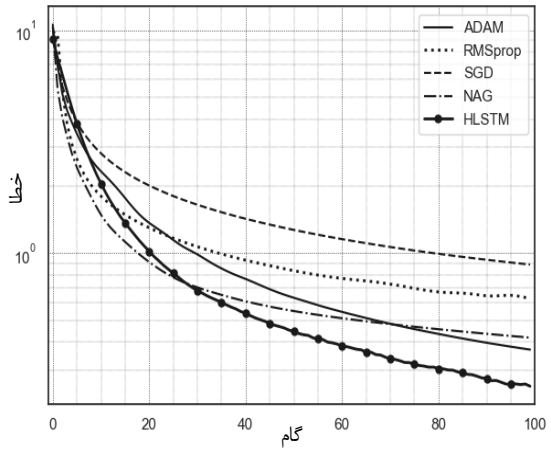
در این بخش قصید داریم بهینه‌ساز ارائه شده (مبتنی بر معماری ۲) را با دیگر روش‌های بهینه‌سازی کلاسیک مقایسه کنیم. الگوریتم‌هایی که برای مقایسه انتخاب کردیم، عبارتند از: ADAM، RMSprop، SGD و NAG. برای هر روش بهترین نرخ یادگیری را در نظر می‌گیریم به‌طوری که کمترین خطا حاصل شود. این نرخ برای الگوریتم‌ها به ترتیب برابر ۰/۱، ۰/۰۳، ۰/۰۱ و ۰/۰۱ است. اندازه بعد تابع درجه دو در اینجا برابر ۵ و گام بهینه‌سازی و دور برای روش‌های کلاسیک هر دو برابر صد است. برای روش خودمان دور را همان پنجاه قرار می‌دهیم. نتایج به‌دست‌آمده در شکل (۱۰) مشاهده می‌شوند. روش ارائه‌شدهٔ ما که با نام HLSTM در شکل مشخص شده، با اختلاف زیادی نسبت به دیگر روش‌ها بهتر عمل کرده و خطا را کاهش داده است. در بین روش‌های کلاسیک نیز ADAM و پس از آن NAG نتایج بهتری گرفته‌اند.

در آزمایشی دیگر قصد داریم روش‌های قبلی را این‌بار روی مسأله درجه دو با اندازه ۱۰ بررسی کنیم. **شکل (۱۱)** نتایج را نشان می‌دهد. در اینجا نیز روش ما بهتر از دیگر روش‌ها عمل کرده است. همچنین روش‌های NAG و ADAM هم نسبت به دیگر روش‌های کلاسیک عملکرد بهتری داشته‌اند.



شکل (۱۰): مقایسه روش ارائه شده (HLSTM) با الگوریتم‌های بهینه‌سازی دستی روی مسائل درجه ۲ با اندازه بعد ۵

Figure (13): comparison of proposed method with hand-designed optimization algorithms on 5-dimensional quadratic functions



شکل (۱۱): مقایسه روش ارائه شده (HLSTM) با الگوریتم‌های بهینه‌سازی دستی روی مسائل درجه ۲ با اندازه بعد ۱۰

Figure (14): comparison of proposed method with hand-designed optimization algorithms on 10-dimensional quadratic functions

۳-۳- مقایسه بهینه‌ساز ارائه‌شده با بهینه‌ساز مبتنی بر LSTM

در این بخش می‌خواهیم بهینه‌ساز ارائه‌شدهٔ خود را، که در طراحی آن از HLSTM استفاده کردیم، با یک بهنیه‌ساز دیگر [۱] که مبتنی بر LSTM است مقایسه کنیم. در روش [۱] تعداد سلول‌های مخفی در هر لایه ۲۰ در نظر گرفته شده است. اندازه توابع درجه دو که در اینجا قصد استفاده از آنها را داریم ۵ است. یعنی W ماتریسی ۵ در ۵ و y برداری با طول ۵ است. تعداد دورهای در نظر گرفته‌شده برای آموزش مدل ما ۵۰ و برای مدل دیگر صد است. نتیجه **Error! Reference**

[DOI: 10.61186/jsdp.21.1.89]

source not found.) نشان می‌دهد که با اختلاف اندکی مدل ما به نتیجه بهتری رسیده و بیشتر از مدل دیگر خطا را کاهش داده است.

۴- نتیجه‌گیری و کارهای آینده

ما در اینجا یک بهینه‌ساز خودکار طراحی کردیم تا با کمک آن بتوانیم طول گام بهینه‌سازی برای پارامترهای یک شبکه دیگر را تعیین کنیم. در واقع ما مسأله بهینه‌سازی را به عنوان یک مسأله یادگیری ماشین در نظر گرفتیم. برای طراحی بهینه‌ساز از الگوریتم L-BFGS و ساختار سلول LSTM ایده گرفتیم. ابتدا لایه ضرایب خطی را معرفی کردیم. سپس با کمک آن سلول HLSTM را طراحی کردیم. در ادامه با کمک HLSTM، شبکه بهنیه‌ساز را طراحی کردیم. طراحی ما به گونه‌ای بود که می‌توانست با بردارهایی با طول متغیر کار کند نحوه بهینه‌سازی را مستقل از ابعاد داده یاد بگیرد. نتایج به‌دست آمده نشان‌دهنده‌ی موثر بودن راهکار ما بود.

یکی از کارهایی که می‌توان در ادامه انجام داد، افزایش سرعت اجرا و یادگیری بهینه‌ساز است. ساختار بازگشتی بهینه‌ساز باعث افزایش زمان اجرا نسبت به الگوریتم‌های کلاسیک می‌شد. با بهینه‌کردن زمان اجرا می‌توان از بهینه‌ساز ارائه شده در حل مسائل پیچیده‌تر و یادگیری داده‌های واقعی استفاده کرد. علاوه‌بر این می‌توان سیر تکاملی LSTM را برای HLSTM نیز در نظر گرفت. برای مثال می‌توان HLSTM دو طرفه یا چند جهته طراحی کرد.

۵- منابع 5-Reference

[1] M. Andrychowicz et al., "Learning to learn by gradient descent by gradient descent," in Advances in neural information processing systems, 2016, pp. 3981-3989.

[2] Y. Nesterov, "A method for unconstrained convex minimization problem with the rate of convergence O (1/k^ 2)," in Doklady an ussr, 1983, vol. 269, pp. 543-547.

[3] M. Riedmiller and H. Braun, "A direct adaptive method for faster backpropagation learning: The RPROP algorithm," in IEEE international conference on neural networks, 1993: IEEE, pp. 586-591.

[4] J. Duchi, E. Hazan, and Y. Singer, "Adaptive subgradient methods for online learning and stochastic optimization," Journal of machine learning research, vol. 12, no. Jul, pp. 2121-2159, 2011.

[5] T. Tieleman and G. Hinton, "Lecture 6.5-rmsprop: Divide the gradient by a running average of its recent magnitude," COURSERA: Neural networks for machine learning, vol. 4, no. 2, pp. 26-31, 2012.

[6] D. P. Kingma and J. Ba, "Adam: A method for stochastic optimization," arXiv preprint arXiv:1412.6980, 2014.

[7] J. Martens and R. Grosse, "Optimizing neural networks with kronecker-factored approximate curvature," in International conference on machine learning, 2015, pp. 2408-2417.

[8] D. L. Donoho, "Compressed sensing," IEEE Transactions on information theory, vol. 52, no. 4, pp. 1289-1306, 2006.

[9] D. H. Wolpert and W. G. Macready, "No free lunch theorems for optimization," IEEE transactions on evolutionary computation, vol. 1, no. 1, pp. 67-82, 1997.

[10] N. J. W. SJ, "Numerical optimization: Springer Science+ Business Media," ed: LLC, 2006.

[11] S. Thrun and L. Pratt, "Learning to learn: Introduction and overview," in Learning to learn: Springer, 1998, pp. 3-17.

[12] J. Schmidhuber, "Evolutionary principles in self-referential learning, or on learning how to learn: the meta-meta-... hook," Technische Universität München, 1987.

[13] X. Chen et al., "Symbolic discovery of optimization algorithms," Advances in Neural Information Processing Systems, vol. 36, 2024.

[14] T. Hospedales, A. Antoniou, P. Micaelli, and A. Storkey, "Meta-learning in neural networks: A survey," IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, vol. 44, no. 9, pp. 5149-5169, 2021.

[15] E. Gärtner, L. Metz, M. Andriluka, C. D. Freeman, and C. Sminchisescu, "Transformer-based learned optimization," in Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2023, pp. 11970-11979.

[16] L. S. Metz, N. Maheswaranathan, C. D. Freeman, B. Poole, and J. N. Sohl-Dickstein, "Training neural networks using learned optimizers," ed: Google Patents, 2022.

[17] E. D. Cubuk, L. S. Metz, S. S. Schoenholz, and A. A. Merchant, "Optimization using learned neural network optimizers," ed: Google Patents, 2022.

[18] B. M. Lake, T. D. Ullman, J. B. Tenenbaum, and S. J. Gershman, "Building machines that learn and think like people," Behavioral and brain sciences, vol. 40, 2017.

[19] A. Santoro, S. Bartunov, M. Botvinick, D. Wierstra, and T. Lillicrap, "Meta-learning with memory-augmented neural networks," in International conference on machine learning, 2016, pp. 1842-1850.

[20] J. Schmidhuber, "A neural network that embeds its own meta-levels," in IEEE International Conference on Neural Networks, 1993: IEEE, pp. 407-412.

[21] J. Schmidhuber, "Learning to control fast-weight memories: An alternative to dynamic recurrent networks," Neural Computation, vol. 4, no. 1, pp. 131-139, 1992.

[DOI: 10.61186/jsdp.21.1.89]

[22] J. Schmidhuber, J. Zhao, and M. Wiering, "Shifting inductive bias with success-story algorithm, adaptive Levin search, and incremental self-improvement," Machine Learning, vol. 28, no. 1, pp. 105-130, 1997.
[23] C. Daniel, J. Taylor, and S. Nowozin, "Learning step size controllers for robust neural network training," in Thirtieth AAAI Conference on Artificial Intelligence, 2016.
[24] T. P. Runarsson and M. T. Jonsson, "Evolution and design of distributed learning rules," in 2000 IEEE Symposium on Combinations of Evolutionary Computation and Neural Networks. Proceedings of the First IEEE Symposium on Combinations of Evolutionary Computation and Neural Networks (Cat. No. 00, 2000: IEEE, pp. 59-63.
[25] Y. Bengio, S. Bengio, and J. Cloutier, "Learning a synaptic learning rule: Université de Montréal," Département d'informatique et de recherche opérationnelle, 1990.
[26] N. E. Cotter and P. R. Conwell, "Fixed-weight networks can learn," in 1990 IJCNN International Joint Conference on Neural Networks, 1990: IEEE, pp. 553-559.
[27] A. S. Younger, P. R. Conwell, and N. E. Cotter, "Fixed-weight on-line learning," IEEE Transactions on Neural Networks, vol. 10, no. 2, pp. 272-283, 1999.
[28] S. Hochreiter, A. S. Younger, and P. R. Conwell, "Learning to learn using gradient descent," in International Conference on Artificial Neural Networks, 2001: Springer, pp. 87-94.
[29] A. S. Younger, S. Hochreiter, and P. R. Conwell, "Meta-learning with backpropagation," in IJCNN'01. International Joint Conference on Neural Networks. Proceedings (Cat. No. 01CH37222), 2001, vol. 3: IEEE.
[30] S. Hochreiter and J. Schmidhuber, "Long short-term memory," Neural computation, vol. 9, no. 8, pp. 1735-1780, 1997.

محمد اعتصام در سال ۱۳۹۴ مدرک کارشناسی خود را از دانشگاه فردوسی مشهد در رشته مهندسی نرم‌افزار کامپیوتر و همچنین در سال ۱۳۹۸ مدرک کارشناسی ارشد خود را از دانشگاه فردوسی مشهد در گرایش هوش مصنوعی رشته مهندسی کامپیوتر دریافت کرد. برخی زمینه‌های پژوهشی مورد علاقه ایشان شبکه‌های عصبی و یادگیری عمیق است.

نشانی رایانامه ایشان عبارت است از:

etesam@mail.um.ac.ir

اشکان صادقی لطف‌آبادی مدرک کارشناسی خود را در رشته مهندسی کامپیوتر-سخت‌افزار در سال ۱۳۹۳ از دانشگاه فردوسی مشهد و سپس در سال ۱۳۹۶ مدرک کارشناسی ارشد خود را در رشته کامپیوتر-هوش مصنوعی و رباتیکز از همان دانشگاه دریافت کرد. ایشان هم اکنون دانشجوی دکترای دانشگاه فردوسی مشهد در رشته کامپیوتر-هوش مصنوعی و رباتیکز است. زمینه‌های پژوهشی مورد علاقه ایشان شبکه‌های عصبی مصنوعی، یادگیری عمیق و مدل‌های دنباله‌ای است.

نشانی رایانامه ایشان عبارت است از:

sadeghia@mail.um.ac.ir

سید کمال الدین غیاثی شیرازی در سال ۱۳۷۶ دیپلم ریاضی خود را از دبیرستان البرز تهران و پس از طی دوره پیش-دانشگاهی در مدرسه شهید مطهری در سال ۱۳۸۱ مدرک کارشناسی خود را از دانشگاه شهید بهشتی تهران در رشته مهندسی نرم‌افزار کامپیوتر دریافت کرد. ایشان سپس در سال ۱۳۸۳ مدرک کارشناسی ارشد خود را از دانشگاه صنعتی شریف و در سال ۱۳۸۹ مدرک دکترای تخصصی خود را از دانشگاه صنعتی امیرکبیر در گرایش هوش مصنوعی رشته مهندسی کامپیوتر دریافت کرد. وی از سال ۱۳۹۲ تاکنون به‌عنوان هیئت علمی گرایش هوش مصنوعی گروه مهندسی کامپیوتر دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد مشغول به خدمت است. زمینه‌های پژوهشی ایشان شبکه‌های عصبی، یادگیری عمیق، روش‌های هسته، مدل‌های گرافی احتمالاتی، یادگیری ماشین و شناسایی آماری الگو است.

نشانی رایانامه ایشان عبارت است از:

k.ghiasi@um.ac.ir

[DOI: 10.61186/jsdp.21.1.89]