

الگوریتم توزیع شده و مشارکتی به منظور بازسازی سیگنال های تنک در شبکه های حس گری بی سیم با تپولوژی افزایشی دو جهته

قنبه آذرنیا^۱، محمدعلی طینتی^۲ و توحید یوسفی رضایی^۳

^۱دانشکده فنی و مهندسی خوی، دانشگاه ارومیه، ارومیه، ایران

^۲دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

چکیده

مسئله دریافت فشرده در همین اواخر توجه زیادی در پردازش سیگنال به خود جلب کرده به طوری که بخش اعظمی از پژوهش ها در این حوزه به این مسئله معطوف شده است. از جمله حوزه کاربردی دریافت فشرده، کاربرد آن در شبکه های حس گری بی سیم است. ساختمان این شبکه ها که متشكل از حس گرهای بی سیم با توان محدود است، ایجاب می کند تا الگوریتم هایی که برای این کاربرد ارتفا داده می شوند، به لحاظ مصرف انرژی بھینه باشند. به عبارتی، الگوریتم های طراحی شده برای این زمینه می باشد پیچیدگی های محاسباتی کمتری داشته و نیازمند کمترین تبادلات بین حس گرها باشند. بر همین اساس، در این مقاله الگوریتم بازسازی دریافت فشرده توزیع شده ای بر حسب مدل مشارکتی افزایشی دو جهته پیشنهاد شده است؛ در حقیقت، نخست یک چهارچوب جامع توزیع شده برای بازسازی سیگنال های تنک در شبکه های حس گری ارائه شده و سپس این چهارچوب برای مسائل بھینه سازی متفاوتی پیاده شده است. پیچیدگی پایین محاسباتی و عملکرد حالت دائم بهتر مهمنترین مشخصه الگوریتم های پیشنهادی است.

وازگان کلیدی: شبکه های حس گری بی سیم، سیگنال تنک، تپولوژی افزایشی دو جهته، دریافت فشرده، الگوریتم بازسازی.

Distributed and Cooperative Compressive Sensing Recovery Algorithm for Wireless Sensor Networks with Bi-directional Incremental Topology

Ghanbar Azarnia^{*1}, Mohammad Ali Tinati² & Tohid Yousefi Rezaii³

¹Engineering Faculty of Khoy, Urmia University, Urmia, Iran

^{2,3}Faculty of Electrical and Computer Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran,

Abstract

Recently, the problem of compressive sensing (CS) has attracted lots of attention in the area of signal processing. So, much of the research in this field is being carried out in this issue. One of the applications where CS could be used is wireless sensor networks (WSNs). The structure of WSNs consists of many low power wireless sensors. This requires that any improved algorithm for this application must be optimized in terms of energy consumption. In other words, the computational complexity of algorithms must be as low as possible and should require minimal interaction between the sensors. For such networks, CS has been used in data gathering and data persistence scenario, in order to minimize the total number of transmissions and consequently minimize the network energy consumption and to save the storage by distributing the traffic load and storage throughout the network. In these applications, the compression stage of CS is performed in sensor nodes, whereas the recovering duty is done in the fusion center (FC) unit in a centralized manner. In some applications, there is no FC unit and the recovering duty must be performed in sensor nodes in a cooperative and distributed manner which we have focused on in this paper. Indeed, the notable algorithm for this

* Corresponding author

* نویسنده عهده دار مکاتبات

سال ۱۴۰۰ شماره ۳ پیاپی ۴۹

• تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۸/۳/۱۱ • تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۵/۲۸ • تاریخ انتشار: ۱۴۰۰/۱۰/۲۷ • نوع مطالعه: پژوهشی

purpose is distributed least absolute shrinkage and selection operation (D-LASSO) algorithm which is based on diffusion cooperation structure. This algorithm that compete to the state-of-the-art CS algorithms has a major disadvantage; it involves matrix inversion that may be computationally demanding for sufficiently large matrices. On this basis, in this paper, we have proposed a distributed CS recovery algorithm for the WSNs with a bi-directional incremental mode of cooperation. Actually, we have proposed a comprehensive distributed framework for the recovery of sparse signals in WSNs. Here, we applied this comprehensive structure to three problems with different constraints which results in three completely distributed solutions named as distributed bi-directional incremental basis pursuit (DBIBP), distributed bi-directional incremental noise-aware basis pursuit (DBINBP) and distributed bi-directional incremental regularized least squares (DBIRLS). The proposed algorithms solely involve linear combinations of vectors and soft thresholding operations. Hence, the computational load is significantly reduced in each sensor. In the proposed method each iteration consists of two phases; clockwise and anti-clockwise phases. At each iteration, in anti-clockwise phase, each node receives the local estimate from its previous neighbor and updates an auxiliary variable. Then in the clockwise phase, each node receives the updated auxiliary variable from its next neighbors to update the local estimate. On the other hand, information exchange in two directions in an incremental manner which we called it bi-directional incremental structure. In an incremental strategy, information flows in a sequential manner from one node to the adjacent node. Unlike the diffusion structure (like as D-LASSO) where each node communicates with all of their neighbors, the incremental mode of cooperation requires the least amount of communication and power. The low computational complexity and better steady state performance are the important features of the proposed methods.

Keywords: Wireless sensor networks, Sparse signal, Bi-directional incremental topology, Compressive sensing, Recovery algorithm.

می‌بایست دست کم دو برابر بیشینه فرکانس آن باشد تا بازسازی را تضمین کند. در حقیقت، اگر $m < N$ باشد، آن‌گاه جبر کلاسیک خطی بیان می‌دارد که سیستم خطی (۱) فرموعین بوده و لذا بینهایت جواب برای این معادله وجود خواهد داشت. به عبارت دیگر، بدون اطلاعات اضافی‌تر، بازسازی x از y برای حالت $m < N$ ناممکن خواهد بود [۱].

تحت فرضیات به خصوصی این امکان وجود خواهد داشت که بتوان زمانی که تعداد m اندازه‌گیری‌ها کمتر از طول N سیگنال است، سیگنال را بازسازی کرد. فرض اساسی که این امر را ممکن می‌سازد، تنکبودن است. حوزه پژوهشی مرتبط با این زمینه تحت عنوانی دریافت فشرده، دریافت فشرده شده، نمونه‌برداری فشرده یا بازیابی تنک شناخته می‌شود [۲-۳].

یک سیگنال تنک نامیده می‌شود اگر بیشتر مؤلفه‌های آن برابر صفر باشد. به بیان دقیق‌تر، یک سیگنال s -تنک نامیده می‌شود، اگر بیشتر s ضریب غیر صفر داشته باشد.

در شرایط واقعی‌تر، اندازه‌گیری سیگنال $x \in \mathbb{C}^N$ با دقت نامحدود قابل تصور نیست. این بدان معناست که بردار اندازه‌گیری $y \in \mathbb{C}^m$ تنها تقریبی از بردار $Ax \in \mathbb{C}^m$ است. به عبارت دیگر:

$$y = Ax + e \quad (2)$$

۱- مقدمه

در بیش‌تر کاربردهای عملی با مسئله استنتاج کمیت‌های مورد نظر از اطلاعات اندازه‌گیری شده مواجه هستیم که در آن فرآیند کسب اطلاعات خطی بوده و درنتیجه مسئله به حل یک دستگاه معادلات خطی کاهش می‌باشد. به زبان ریاضی، داده مشاهده شده $y \in \mathbb{C}^m$ (که داده، اطلاعات اندازه‌گیری شده، نگاشت داده، نگاشتهای تصادفی یا نمونه‌های فشرده نیز نامیده می‌شود) از طریق مدل زیر به سیگنال مطلوب $x \in \mathbb{C}^N$ مرتبط می‌شود:

$$Ax = y \quad (1)$$

که در آن ماتریس $A \in \mathbb{C}^{m \times N}$ فرآیند اندازه‌گیری خطی را مدل کرده و ماتریس اندازه‌گیری، ماتریس نگاشت از سیگنال اولیه N نمونه‌ای به سیگنال m نمونه‌ای یا sensing matrix نامیده می‌شود. در کاربردهای دریافت فشرده برای جمع‌آوری داده در شبکه‌های حس‌گری بی‌سیم، همچنین این ماتریس routing matrix و گاهی sample schedule matrix بازیابی بردار $x \in \mathbb{C}^N$ می‌بایست معادله (۱) حل شود. پیشنهاد علم کلاسیک برای حل این مسئله آن است که تعداد اندازه‌گیری‌های m می‌بایست دست کم با طول N سیگنال (تعداد مؤلفه‌های x) برابر باشد. این حقیقت همچنین به قضیه نمونه‌برداری شانون مرتبط می‌شود. بر طبق این قضیه نرخ نمونه‌برداری سیگنال زمان پیوسته

فصل بی



حیوانات و کشاورزی دقیق)، کنترل صنعتی (به عنوان نمونه، در یک نیروگاه و یا یک زیردریایی)، مدیریت کسب و کار (مانند، ریدیابی موجودی با علامت های شناسایی فرکانس رادیویی)، امنیت کشور (ردیابی و طبقه بندی اهداف متحرک) و مراقبت های بهداشتی (مانند نظارت بر بیمار و تحويل داروی شخصی) [8]. اگرچه شباهت های بین شبکه های حسگری بی سیم با سایر شبکه های بی سیم وجود دارد با این حال شبکه های حسگری بی سیم دارای ویژگی های خاصی هستند که طراحی الگوریتم های مرتبط با آنها را با چالش جدی مواجه می سازد از جمله این ویژگی ها عمر محدود حسگرها است. استفاده از باطری غیر قابل شارژ برای تغذیه حسگرها سبب محدود شدن طول عمر حسگر و لذا طول عمر کل شبکه حسگری می شود. به علاوه، نرخ بالای داده جمع آوری شده دسترسی پهنای باند را با محدودیت روبرو می سازد. این دو مسئله محدودیت جدی بر روی پیچیدگی الگوریتم های مرتبط با شبکه های حسگری اعمال می کنند [9-10]. هر چند که تئوری دریافت فشرده برای سیگنال های منفرد به خوبی ارتقا یافته است، اما کاربردهای حس توزیع شده سیگنال های چندگانه را شامل می شود که برای آنها پیشرفت کمی صورت گرفته است.

در برخی از شبکه های حسگری بی سیم واحدی به نام پردازش گر مرکزی (FC) وجود دارد. در این شبکه ها، گره های حسگری موجود در شبکه مشاهدات را گردآوری و آنها را برای پردازش به این واحد مرکزی ارسال و پردازش گر مرکزی عمل پردازش مورد نیاز را اجرا و سپس نتایج را به تک تک گره ها پخش می کند. این نوع عملکرد نیازمند یک پردازش گر مرکزی قوی به همراه میزان وسیعی از ارتباطات بین گره ها و پردازش گر است. دریافت فشرده در این نوع از شبکه ها در کاربردهایی نظری مجموع آوری داده [11-22] و ثبات داده [23-27] به میزان قابل توجهی مورد توجه قرار گرفته است. عدمه هدف از کاربرد دریافت فشرده در این موارد کاهش میزان تبادلات داده و یا کاهش حافظه مورد نیاز برای ذخیره سازی داده است.

اما چنانچه پردازش های لازم در یک شبکه حسگری بی سیم، به صورت مشارکتی و توزیع شده و بدون نیاز به حضور یک پردازنده مرکزی قوی صورت گیرد، میزان پردازش ها و ارتباطات به مقدار قابل ملاحظه ای کاسته می شود [28-29].

که در آن خطای اندازه گیری $e \in \mathbb{C}^N$ توسط $\sigma < \|\cdot\|_2$ با نرمی در \mathbb{C} (به طور معمول نرم ℓ_2)، تخمین زده می شود.

هدف طراحی دریافت فشرده آن است که با استفاده از کمینه نرخ نمونه برداری، سیگنال اصلی را نسبت به کیفیت بازسازی مورد نظر بازیابی کند. برای این منظور شاید نخستین الگوریتمی که به ذهن خطور کند، الگوریتم ℓ_1 -Minimization باشد:

$$\underset{z \in \mathbb{C}^N}{\text{minimize}} \|z\|_0 \quad \text{subject to } Az = y \quad (3)$$

که در آن نماد $\|z\|_0$ تعداد مؤلفه های غیر صفر بردار z را نشان می دهد. به عبارت دیگر به دنبال تکنیک ترین برداری هستیم که با داده اندازه گیری شده $Ax = y$ سازگار باشد. اما متأسفانه این الگوریتم در حالت کلی NP-hard است [4]. برای مقاصد عملی وجود الگوریتم های بازسازی به طور منطقی سریع ضروری و این ویژگی توجه زیادی را در زمینه دریافت فشرده به خود جلب کرده است. در عمل مسئله (3) با نسخه محدب شده [5] جایگزین می شود. این قاعده به طور معمول تعقیب بنیان یا الگوریتم ℓ_1 -Minimization نامیده می شود:

$$\underset{z \in \mathbb{C}^N}{\text{minimize}} \|z\|_1 \quad \text{subject to } Az = y \quad (4)$$

با لحاظ کردن خطای اندازه گیری، (4) به صورت زیر که درجه دوم نامیده می شود [6] و یا به فرم لاگرانژین آن که LASSO نامیده می شود [7] تعمیم می باید که در آن $\lambda > 0$ پارامتر ثابتی است:

$$\underset{z \in \mathbb{C}^N}{\text{minimize}} \|z\|_1 \quad \text{subject to } \|Az - y\|_2 < \sigma \quad (5)$$

$$\underset{z \in \mathbb{C}^N}{\text{minimize}} \lambda \|z\|_1 + \frac{1}{2} \|Az - y\|_2^2 \quad (6)$$

دریافت یا نمونه برداری فشرده کاربردهای متعددی دارد و به طور کلی می تواند در هر بخشی از پردازش سیگنال که با سیگنال های تک یا فشرده شدنی مواجه هستیم به کار رود. از بین همه این کاربردهای ممکن، در اینجا ما تنها به کاربرد آن در شبکه های حسگری بی سیم (WSNs) متمرکز می شویم. امروزه از این شبکه ها در کاربردهای بسیاری استفاده می شود، طیف گسترده ای از کاربردهای شبکه های حسگری برای چندین حوزه پیش بینی شده است. از جمله این کاربردها عبارتند از: نظارت جغرافیایی (به عنوان نمونه، نظارت بر زیستگاه های



خوبشخтанه در همین اواخر دریافت فشرده با چنین پردازش‌های توزیع‌شده‌ای نیز مورد توجه قرار گرفته است [30-32]. هر کدام از روش‌های [30-32] مدل‌های به خصوصی برای داده مورد بازسازی در نظر گرفته‌اند. اما، یکی از مدل‌های مناسبی که می‌تواند کاربرد وسیعی در شبکه‌های حس‌گری داشته باشد، مدل در نظر گرفته‌شده در [33] است. در این مدل گره‌های حس‌گری به‌دبالت بازسازی بردار تنک یکسان به‌صورت توزیع‌شده و مشارکتی هستند.

در [33] به‌منظور تخمین ضرایب تنک سه الگوریتم توزیع‌شده بر اساس LASSO و با مشارکت تمام گره‌ها ارائه شده است؛ نخست الگوریتم distributed quadratic programming LASSO مطرح شده است. این الگوریتم در هر تکرار نیازمند حل یک (QP) quadratic programming است که خود می‌تواند به‌صورت تکراری و با استفاده از روال‌های بهینه‌سازی استاندارد برای QP نظیر second order cone programming یا coordinate descent programming حل شود؛ لذا، نیازمند محاسبات سنگینی بوده و تنها زمانی کارا خواهد بود که گره‌ها توان محاسباتی کافی داشته باشند؛ که در کاربردهای تخمین توزیع‌شده با استفاده از حس‌گرها شدنی نیست؛ لذا، الگوریتم distributed coordinate descent LASSO (DCD-LASSO) کاهش پیچیدگی در [33] ارائه شده است؛ اما این الگوریتم نیز از مشکل‌های دیگری رنج می‌برد. از جمله معایب این روش پایین‌بودن سرعت هم‌گرایی و نیز لزوم انتخاب دقیق پارامتر ضریب گام به‌منظور تحقق هم‌گرایی است. برای رفع این مشکل، درنهایت [33] الگوریتم D-LASSO (distributed LASSO) را پیشنهاد داده است. اگرچه این الگوریتم هم‌گرایی سریع‌تر را برای تمام مقادیر ضریب گام فراهم می‌آورد، با این همه، نیازمند محاسبه ماتریس معکوسی به‌ازای هر گره است. محاسبه این ماتریس معکوس می‌تواند برای مقادیر بهاندازه کافی بزرگ بعد بردار ضرایب تحت تخمین، به‌لحاظ محاسباتی طاقت‌فرسا باشد.

ما نیز در این مقاله، همان مدل منظورشده در [33] را برای داده تنکی که قرار است به‌صورت توزیع‌شده و با مشارکت تمام گره‌های شبکه بازسازی شود، لحاظ کردۀایم؛ اما، شیوه‌ی پیشنهادی ما عملکرد بازسازی

بهتری نسبت به D-LASSO داشته و در عین حال معایب الگوریتم D-LASSO نظیر نیاز به محاسبه ماتریس وارون را نخواهد داشت. همچنین، الگوریتم پیشنهادی ما مبتنی بر توپولوژی مشارکتی افزایشی است که در آن هر گره تنها با یک گره همسایه نیازمند مبادله داده است؛ لذا، در مقایسه با توپولوژی مشارکتی نفوذی [33] که در آن هر گره با تمام گره‌های همسایه به مبادله داده می‌پردازد، شیوه‌ی پیشنهادی به میزان قابل توجهی مصرف انرژی پایین‌تری داشته و حال آنکه برطبق نتایج شبیه‌سازی‌ها عملکرد به‌مراتب بهتری نسبت به [33] خواهد داشت.

۲- مسئله دریافت فشرده در شبکه‌های حس‌گری بی‌سیم

شبکه‌ای مشکل از J حس‌گر را در نظر می‌گیریم که در آن حس‌گرها در یک مدل مشارکتی افزایشی با هم‌دیگر به تبادل اطلاعات می‌پردازنند. در یک مدل مشارکتی افزایشی، اطلاعات به شیوه‌ای ترتیبی از یک گره به گره همسایه جریان می‌یابد. این نوع عملکرد نیازمند الگوی مشارکتی چرخه‌ای بین گره‌ها بوده و به کمترین میزان ارتباطات و توان نیازمند است. هدف آن است که حس‌گرها با مشارکت یکدیگر به بازسازی سیگنال \hat{x} -تنک $\in \mathbb{R}^N$ بپردازنند. به همین منظور، هر حس‌گر از بردار اندازه‌گیری $A_i \in \mathbb{R}^{m \times N}$ دریافت‌شده توسط خود و ماتریس مشخص $e_i \in \mathbb{R}^m$ بهره می‌گیرد. در (7) بردار \hat{x} خطای اندازه‌گیری حس‌گر i ام با $\sigma_i < \|e_i\|$ را نشان می‌دهد.

$$y_i = A_i x + e_i \in \mathbb{R}^m \quad (7)$$

۳- پیشنهاد چهارچوب جامع برای بازسازی سیگنال‌های تنک در شبکه‌های حس‌گری با توپولوژی افزایشی

مسئله بهینه‌سازی کلی زیر را برای یک شبکه حس‌گری بی‌سیم شامل J گره در نظر می‌گیریم:

$$\min_{x_i \in \mathbb{R}^N} \sum_{i=1}^J [G(x_i) + F(A_i x_i) + H(A_i x_{i-1})] \quad (8)$$

که در آن $A_i \in \mathbb{R}^{N \times m}$ و $x_i \in \mathbb{R}^N$ بوده، $G: \mathbb{R}^N \rightarrow (-\infty, \infty]$ و $F, H: \mathbb{R}^m \rightarrow (-\infty, \infty]$ توابع تعمیم‌یافته محدب، شبکه پیوسته و حقیقی مقدار هستند. در ادامه خواهیم دید که

$$\mathbf{x}_i^{n+1} = \mathbf{x}_i^n + \mu_i (\mathbf{x}_i^{n+1} - \mathbf{x}_i^n) \quad (16)$$

که در آن $\eta_i, \gamma_i, \tau_i > 0$ و $\mu_i \in [0, 1]$ پارامترهای ثابتی هستند.

در اینجا منظور ما از $P_G(\tau; z)$ همان proximal mapping تابع G تعريف شده به صورت

$$P_G(\tau; z) = \operatorname{argmin}_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N} \left\{ \tau G(z) + \frac{1}{2} \|\mathbf{x} - z\|_2^2 \right\} \quad (17)$$

است. برای اثبات این قضیه از لم زیر بهره خواهیم گرفت: لم (به عنوان نمونه به [34] مراجعه شود): فرض کنیم $F: \mathbb{R}^N \rightarrow (-\infty, \infty]$ یک تابع محدب است. در این صورت خواهیم داشت $\mathbf{x} = P_F(z)$ اگر و فقط اگر $(z, \mathbf{x}) \in \mathbf{x} + \partial F(\mathbf{x})$ ، که در آن ∂F نشانده‌نده تابع F است.

۶

اثبات قضیه:

با اعمال لم بالا به (۱۳)-(۱۶) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \xi_i^\# + \eta_i A_i \mathbf{x}_i^\# &\in \xi_i^\# + \eta_i \partial F^*(\xi_i^\#) \\ v_i^\# + \gamma_i A_i \mathbf{x}_{i-1}^\# &\in v_i^\# + \gamma_i \partial H^*(v_i^\#) \\ \mathbf{x}_i^\# - \tau_i (A_i^* \xi_i^\# + A_{i+1}^* v_{i+1}^\#) &\in \mathbf{x}_i^\# + \tau_i \partial G(\mathbf{x}_i^\#) \end{aligned}$$

لذا داریم:

$$\begin{aligned} A_i \mathbf{x}_i^\# &\in \partial F^*(\xi_i^\#) \\ A_i \mathbf{x}_{i-1}^\# &\in \partial H^*(v_i^\#) \\ -(A_i^* \xi_i^\# + A_{i+1}^* v_{i+1}^\#) &\in \partial G(\mathbf{x}_i^\#) \end{aligned}$$

که این معادل است با آنکه $\mathbf{x}_i^\#$ بیشینه‌کننده

$$\sum_{i=1}^J \left[G(\mathbf{x}_i^\#) + \operatorname{Re} \langle A_i^* \xi_i^\#, \mathbf{x}_i^\# \rangle + \operatorname{Re} \langle A_i^* v_i^\#, \mathbf{x}_{i-1}^\# \rangle \right] - F^*(\xi_i^\#) - H^*(v_i^\#)$$

و $v_i^\#$ بیشینه‌کننده

$$\sum_{i=1}^J \left[G(\mathbf{x}_i^\#) + \operatorname{Re} \langle A_i^* \xi_i^\#, \mathbf{x}_i^\# \rangle + \operatorname{Re} \langle A_i^* v_i^\#, \mathbf{x}_{i-1}^\# \rangle \right] - F^*(\xi_i^\#) - H^*(v_i^\#)$$

و $\mathbf{x}_i^\#$ کمینه‌کننده

$$\sum_{i=1}^J \left[G(\mathbf{x}_i^\#) + \operatorname{Re} \langle A_i^* \xi_i^\#, \mathbf{x}_i^\# \rangle + \operatorname{Re} \langle A_i^* v_i^\#, \mathbf{x}_{i-1}^\# \rangle \right] - F^*(\xi_i^\#) - H^*(v_i^\#)$$

هستند. این نتایج خود معادل‌اند با این‌که نقطه saddle point $(\mathbf{x}_i^\#, \xi_i^\#, v_i^\#)$ همان رابطه (۱۱) است. با انجام اثبات بالا در جهت عکس نتیجه می‌شود که saddle point رابطه (۱۱) همان نقطه ثابت تکرارهای (۱۳)-(۱۶) است.

چگونه عبارت‌های $H(A_i \mathbf{x}_{i-1})$, $G(\mathbf{x}_i)$ و $F(A_i \mathbf{x}_i)$ به ترتیب تنکی، قید مسئله بهینه‌سازی و مشارکت بین هر گره و همسایه آن را مدل می‌کنند. در (۸) متغیر محلی x_i می‌تواند به عنوان تخمینی برای x در گره i ام در نظر گرفته شده و متغیر x_{i-1} تخمین محلی دریافتی از همسایه قبلی گره i باشد. در اینجا فرض شده است که $x_0 = x$.

مسئله (۸) را به صورت مسئله مقید زیر بازنویسی می‌کنیم

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^N, z_i, \mathbf{u}_{i-1} \in \mathbb{R}^m} & \sum_{i=1}^J [G(\mathbf{x}_i) + F(z_i) + H(\mathbf{u}_{i-1})] \\ \text{subject to } & z_i = A_i \mathbf{x}_i, \quad \mathbf{u}_{i-1} = A_i \mathbf{x}_{i-1} \end{aligned} \quad (9)$$

تابع لاگرانژین این مسئله عبارت خواهد بود از:

$$\begin{aligned} L(\mathbf{x}_i, z_i, \xi_i, \mathbf{u}_{i-1}, v_i, i=1, 2, \dots, J) = & \sum_{i=1}^J \left[G(\mathbf{x}_i) + F(z_i) + \operatorname{Re} \langle A_i^* \xi_i, \mathbf{x}_i \rangle - \operatorname{Re} \langle \xi_i, z_i \rangle \right] \\ & + H(\mathbf{u}_{i-1}) + \operatorname{Re} \langle A_i^* v_i, \mathbf{x}_{i-1} \rangle - \operatorname{Re} \langle v_i, \mathbf{u}_{i-1} \rangle \end{aligned} \quad (10)$$

مقدار تابع لاگرانژ در نقاط بهینه آن، مقدار بهینه مسئله زیر است:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^N, z_i, \mathbf{u}_{i-1} \in \mathbb{R}^m} & \max_{\xi_i, \mathbf{v}_i \in \mathbb{R}^m} L = \\ & \left[-\max_{z_i \in \mathbb{R}^m} (\operatorname{Re} \langle \xi_i, z_i \rangle - F(z_i)) \right. \\ \min_{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^N, \xi_i, \mathbf{v}_i \in \mathbb{R}^m} & \max_{i=1}^J \left. \max_{\mathbf{u}_{i-1} \in \mathbb{R}^m} (\operatorname{Re} \langle \mathbf{v}_i, \mathbf{u}_{i-1} \rangle - H(\mathbf{u}_{i-1})) \right. \\ & \left. + G(\mathbf{x}_i) + \operatorname{Re} \langle A_i^* \xi_i, \mathbf{x}_i \rangle + \operatorname{Re} \langle A_i^* \mathbf{v}_i, \mathbf{x}_{i-1} \rangle \right] \\ = \min_{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^N, \xi_i, \mathbf{v}_i \in \mathbb{R}^m} & \max_{i=1}^J \left[G(\mathbf{x}_i) + \operatorname{Re} \langle A_i^* \xi_i, \mathbf{x}_i \rangle + \operatorname{Re} \langle A_i^* \mathbf{v}_i, \mathbf{x}_{i-1} \rangle \right] \\ & - F^*(\xi_i) - H^*(\mathbf{v}_i) \end{aligned} \quad (11)$$

در این رابطه، برابری دوم را با توجه به ویژگی saddle point و برابری سوم را با استفاده از convex conjugate تعريف شده به صورت:

$$F^*(y) = \sup_{x \in \mathbb{R}^N} \{\operatorname{Re} \langle x, y \rangle - F(x)\} \quad (12)$$

نوشته‌ایم. حال الگوریتمی برای حل مسئله (۸) تحت عنوان قضیه زیر ارائه می‌دهیم.

قضیه: نقطه saddle point $(\mathbf{x}_i^\#, \xi_i^\#, v_i^\#)$ همان رابطه (۱۱)، یا به عبارتی همان نقطه بهینه (۸) است، اگر و فقط اگر، نقطه ثابت تکرارهای زیر باشد:

$$\xi_i^{n+1} = P_{F^*} \left(\eta_i; \xi_i^n + \eta_i A_i \bar{\mathbf{x}}_i^n \right) \quad (13)$$

$$\mathbf{v}_i^{n+1} = P_{H^*} \left(\gamma_i; \mathbf{v}_i^n + \gamma_i A_i \bar{\mathbf{x}}_{i-1}^n \right) \quad (14)$$

$$\mathbf{x}_i^{n+1} = P_G \left(\tau_i; \mathbf{x}_i^n - \tau_i (A_i^* \xi_i^{n+1} + A_{i+1}^* v_{i+1}^{n+1}) \right) \quad (15)$$

و H^* حساب شوند. می‌توان نشان داد که proximal تابع G عبارت است از:

$$(P_G(\tau_i; z))_\ell = (S_{\tau_i}(z))_\ell = S_{\tau_i}(z_\ell) \quad (21)$$

که در آن (z_ℓ) که اپراتور soft thresholding نامیده می‌شود، دارای ضابطه‌ای به صورت زیر است:

$$S_{\tau_i}(z_\ell) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(z_\ell)(|z_\ell| - \tau_i) & \text{if } |z_\ell| \geq \tau_i \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (22)$$

در اینجا $\operatorname{sgn}(z_\ell) = z_\ell / |z_\ell|$ نشان‌دهنده تابع علامت است. به منظور محاسبه proximal mapping تابع F^* از رابطه زیر (که به عنوان نمونه در [34] به آن اشاره شده است) بهره می‌گیریم:

$$P_F(\tau; z) + \tau P_{F^*}(\tau^{-1}; z / \tau) = z \quad (23)$$

لذا، کافی است که نخست تابع proximal mapping حساب شود:

$$P_F(\eta_i; \xi) = \underset{\substack{z \in \mathbb{C}^m \\ z = y_i}}{\operatorname{argmin}} \left\{ \eta_i F(z) + \frac{1}{2} \|z - \xi\|_2^2 \right\} \quad (24)$$

$$\underset{z = y_i}{\operatorname{argmin}} \|\xi - z\|_2 = y_i$$

از (23) و (24) نتیجه می‌شود که:

$$P_{F^*}(\eta_i; \xi) = \xi - \eta_i y_i \quad (25)$$

به طور مشابه برای H^* داریم:

$$P_{H^*}(\gamma_i; v) = v - \gamma_i y_i \quad (26)$$

از جاگذاری (21)، (25) و (26) در (13)-(16) خواهیم داشت:

$$\xi_i^{n+1} = \xi_i^n + \eta_i (A_i \bar{x}_i^n - y_i) \quad (27)$$

$$v_i^{n+1} = v_i^n + \gamma_i (A_i \bar{x}_{i-1}^n - y_i) \quad (28)$$

$$x_i^{n+1} = S_{\tau_i}(x_i^n - \tau_i (A_i^* \xi_i^{n+1} + A_{i+1}^* v_{i+1}^{n+1})) \quad (29)$$

$$\bar{x}_i^{n+1} = x_i^{n+1} + \mu_i (x_i^{n+1} - x_i^n) \quad (30)$$

با ضرب طرفین (28) در A_i^* و با تعريف خواهیم داشت:

$$\xi_i^{n+1} = \xi_i^n + \eta_i (A_i \bar{x}_i^n - y_i) \quad (31)$$

$$v_i^{n+1} = v_i^n + \gamma_i A_i^* (A_i \bar{x}_{i-1}^n - y_i) \quad (32)$$

$$x_i^{n+1} = S_{\tau_i}(x_i^n - \tau_i (A_i^* \xi_i^{n+1} + v_{i+1}^{n+1})) \quad (33)$$

$$\bar{x}_i^{n+1} = x_i^{n+1} + \mu_i (x_i^{n+1} - x_i^n) \quad (34)$$

این الگوریتم را تعقیب پایه توزیع شده افزایشی دوچهته یا Distributed Bi-directional Incremental Basis Pursuit می‌نامیم. عملکرد این الگوریتم به صورت زیر است:

با توجه به اینکه شیوه پیشنهادی یک الگوریتم بازگشتی primal-dual است، با توجه به [3] و [34] بهازای پارامترهای ثابت η_i ، γ_i و τ_i هر چه نرم ماتریس $\|A\|_{2 \rightarrow 2}$ کوچک‌تر باشد، یا بر عکس بهازای $\|A\|_{2 \rightarrow 2}$ ثابت کوچک‌تر بودن پارامترها، همگرایی این الگوریتم را تضمین خواهد کرد.

تکرارهای پیشنهادی (13)-(16) در یک چهارچوب جامع رائه شده‌اند. به این معنا که در آن توابع G و H هر تابع تعمیم‌یافته، محدب، شبه پیوسته و حقیقی مقدار می‌توانند باشند. در ادامه خواهیم دید که این شیوه پیشنهادی را چگونه می‌توان به (4)، (5) و (6) اعمال کرد.

۱-۳-۱- الگوریتم تعقیب پایه توزیع شده افزایشی دوچهته

به منظور بازسازی بردار s -تنک $x \in \mathbb{C}^N$ از اندازه‌گیری‌های آن در (7) مسئله زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\text{for all } i \in \{1, 2, \dots, J\} \quad (18)$$

$$\underset{x \in \mathbb{C}^N}{\text{minimize}} \|x\|_1 \quad \text{subject to } A_i x = y_i$$

برای آن که بتوان (18) را به صورت توزیع شده بیان کرد، متغیر عمومی x را با متغیر محلی x_i جایگزین می‌کنیم:

$$\text{for all } i \in \{1, 2, \dots, J\} \quad (19)$$

$$\underset{x_i \in \mathbb{C}^N}{\text{minimize}} \|x_i\|_1 \quad \text{subject to } A_i x_i = y_i \text{ and } x_i = x_{i-1}$$

قید $x_{i-1} = x_i$ در حقیقت شرط برابری تخمین هر گره با گره قبلی و در نتیجه با توجه به توپولوژی افزایشی شبکه شرط برابری تخمین‌های تمام گره‌های شبکه را برآورده می‌کند.

برای فرمول‌بندی این مسئله در قالب (8) طرفین A_i را در $x_i = x_{i-1}$ ضرب می‌کنیم. خواهیم داشت:

$$\text{for all } i \in \{1, 2, \dots, J\} \quad \underset{x_i \in \mathbb{C}^N}{\text{minimize}} \|x_i\|_1 \quad (20)$$

$$\text{s.t. } A_i x_i = y_i \text{ and } A_i x_{i-1} = A_i x_i = y_i$$

این مسئله معادل است با (8) که در آن $G(x_i) = \|x_i\|_1$ و

$$\chi_K(z) = \chi_{\{y_i\}}(z) = \begin{cases} 0 & \text{if } u_{i-1} = y_i \\ \infty & \text{if } u_{i-1} \neq y_i \end{cases}$$

نشان‌دهنده تابع مشخصه مجموعه K و

$$F(z_i) = \chi_{\{y_i\}}(z_i) = \begin{cases} 0 & \text{if } z_i = y_i \\ \infty & \text{if } z_i \neq y_i \end{cases}$$

بنابراین، بیشینه‌کننده (20) می‌تواند به وسیله تکرارهای (13)-(16) حاصل شود. برای این منظور می‌بایست نخست G ، F ، A_i ، y_i proximal mapping تابع‌های

دوباره بهمنظور بیان این مسئله بهصورت توزیع شده و مشابه با چهارچوب کلی (۸)، متغیر عمومی x را با متغیر محلی x_i جایگذاری کرده و قید $x_i = x_{i-1}$ یا $A_i x_i = A_i x_{i-1}$ را نیز در آن می گنجانیم؛ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \text{for all } i \in \{1, 2, \dots, J\} \quad & \underset{x_i \in \mathbb{D}}{\text{minimize}} \|x_i\|_1 \\ \text{s.t. } & \|A_i x_i - y_i\|_2 \leq \sigma_i \quad \text{and} \quad A_i x_i = A_i x_{i-1} \end{aligned} \quad (36)$$

این مسئله معادل است با (۸) و درنتیجه با (۹) که در آن $F(z_i) = \chi_{B(y_i, \sigma_i)}(z_i)$ و $H(u_{i-1}) = \chi_{\{y_i\}}(u_{i-1})$ ، $G(x_i) = \|x_i\|_1$ هستند. در اینجا $B(y_i, \sigma_i) = \{z \in \mathbb{D}^m, \|z - y_i\|_2 \leq \sigma_i\}$ کرهای است به شعاع σ_i و به مرکزیت y_i . برای توابع G و (۲۶) هستند. اما، در مورد F داریم:

$$(37)$$

$$\begin{aligned} P_F(\eta_i; \xi) &= \underset{z \in \mathbb{D}^m}{\operatorname{argmin}} \left\{ \eta_i F(z) + \frac{1}{2} \|z - \xi\|_2^2 \right\} \\ &= \underset{z: \|z - y_i\|_2 \leq \sigma_i}{\operatorname{argmin}} \{\|z - \xi\|_2\} = \begin{cases} \xi & \text{if } \|\xi - y_i\|_2 \leq \sigma_i \\ y_i + \frac{\sigma_i}{\|\xi - y_i\|_2} (\xi - y_i) & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned}$$

که با جایگذاری آن در (۲۳) خواهیم داشت:

$$P_{F^*}(\eta_i; \xi) = \begin{cases} 0 & \text{if } \|\xi - \eta_i y_i\|_2 \leq \sigma_i \eta_i \\ \left(1 - \frac{\sigma_i \eta_i}{\|\xi - \eta_i y_i\|_2}\right) (\xi - \eta_i y_i) & \text{o.w.} \end{cases} \quad (38)$$

حال با جایگذاری (۲۱)، (۲۶) و (۳۸) در (۱۳)-(۱۶) و با تعریف $\omega_i^n = A_i^* v_i^n$ خواهیم داشت:

$$(1)$$

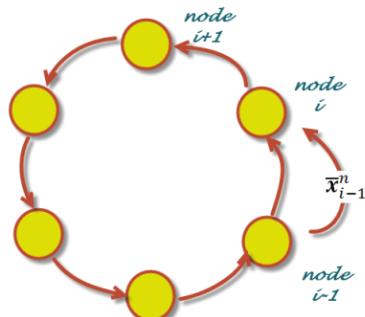
$$\xi_i^{n+1} = \begin{cases} 0 & \text{if } \left\| \eta_i^{-1} \xi_i^n + A_i^{-1} x_{i-1}^n - y_i \right\|_2 \leq \sigma_i \\ \left(1 - \frac{\sigma_i \eta_i}{\|\xi_i^n + \eta_i (A_i^{-1} x_{i-1}^n - y_i)\|_2}\right) \left(\xi_i^n + \eta_i (A_i^{-1} x_{i-1}^n - y_i) \right) & \text{o.w.} \end{cases}$$

$$\omega_i^{n+1} = \omega_i^n + \gamma_i A_i^* (A_i^{-1} x_{i-1}^n - y_i) \quad (40)$$

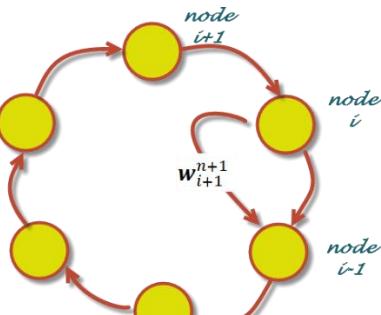
$$x_i^{n+1} = S_{\tau_i} \left(x_i^n - \tau_i (A_i^* \xi_i^{n+1} + \omega_{i+1}^{n+1}) \right) \quad (41)$$

$$x_i^{n+1} = x_i^n + \mu_i (x_i^{n+1} - x_i^n) \quad (42)$$

این الگوریتم را تعقیب پایه آگاه از نوفه توزیع شده و افزایشی دوچرخه یا Distributed Bi-directional Incremental Noise-aware Basis Pursuit (DBINBP) می نامیم.



(شکل-۱): فاز پاد ساعتگرد شبکه
(Figure-1): Anti-clockwise Phase of the network



(شکل-۲): فاز ساعتگرد شبکه

(Figure-2): Clockwise Phase of the network

در الگوریتم پیشنهادی هر تکرار شامل دو فاز است، فاز ساعتگرد و فاز پاد ساعتگرد. در هر تکرار نخست در فاز پاد ساعتگرد هر گره مطابق شکل (۱) داده تخمین زده شده بهوسیله گره ماقبل خود در تکرار قبلی یعنی \bar{x}_{i-1}^n را دریافت کرده و تخمین میانی ω_i^{n+1} را بهنگام می کند. سپس در فاز ساعتگرد مطابق شکل (۲) هر گره تخمین بهنگام شده ω_{i+1}^{n+1} را از گره مابعد خود گرفته و با بهنگام رسانی ξ_i^{n+1} ، بردار x_i^{n+1} و درنهایت \bar{x}_i^{n+1} را بهنگام می کند؛ سپس تکرار بعدی آغاز می شود. این تکرارها تا حصول هم گرایی همچنان ادامه خواهد یافت.

۲-۳- الگوریتم تعقیب پایه آگاه از نوفه توزیع شده و افزایشی دوچرخه پیشنهادی

حال مسئله بهینه سازی (۵) را در ساختار شبکه های حسگری بی سیم در نظر می گیریم:

$$\begin{aligned} \text{for all } i \in \{1, 2, \dots, J\} \quad & \underset{x_i \in \mathbb{D}^N}{\text{minimize}} \|x_i\|_1 \\ \text{s.t. } & \|A_i x_i - y_i\|_2 \leq \sigma_i \end{aligned} \quad (35)$$

for all $i \in \{1, 2, \dots, J\}$

(٤٣)

$$\underset{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N}{\text{minimize}} \|\mathbf{x}\|_1 + \frac{\delta_i}{2} \|A_i \mathbf{x} - \mathbf{y}_i\|_2^2$$

که در آن $0 < \delta_i < \lambda_i$ پارامتر تنظیم است. با انتخاب $\lambda_i = \delta_i^{-1}$ این مسئله همان مسئله LASSO داده شده در (٦) خواهد بود.

٣-٣-٣- الگوریتم کمینه مربعات قابل تنظیم

توزیع شده و افزایشی دوجهته

حال مسئله بهینه‌سازی زیر را در نظر می‌گیریم:

(جدول-۱): پیچیدگی محاسباتی الگوریتم‌های پیشنهادی

(Table-1): The computational complexity of the proposed algorithms

	تعداد ضرب	تعداد جمع	تعداد تفاضل	تعداد تقسیم	تعداد عملگر thresholding	اپراتور ℓ_2 بردار norm $m \times 1$	عملگر شرطی (if-else)
DBIBP	$4mN+3N+m$	$4mN+N-m$	$2(m+N)$	-	1	-	-
DBINBP	$4mN+3N+2m+1$	$4mN+N-m$	$2(m+N)+1$	1	1	1	1
DBIRLS	$4mN+3N+2m$	$4mN+N-m+1$	$2(m+N)$	1	1	-	-

$$\xi_i^{n+1} = \frac{\delta_i}{\eta_i + \delta_i} \left(\xi_i^n + \eta_i \left(A_i \bar{\mathbf{x}}_i^n - \mathbf{y}_i \right) \right) \quad (٤٩)$$

$$\omega_i^{n+1} = \omega_i^n + \gamma_i A_i^* \left(A_i \bar{\mathbf{x}}_{i-1}^n - \mathbf{y}_i \right) \quad (٥٠)$$

$$\mathbf{x}_i^{n+1} = S_{\tau_i} \left(\mathbf{x}_i^n - \tau_i \left(A_i^* \xi_i^{n+1} + \omega_{i+1}^{n+1} \right) \right) \quad (٥١)$$

$$\bar{\mathbf{x}}_i^{n+1} = \mathbf{x}_i^{n+1} + \mu_i \left(\mathbf{x}_i^{n+1} - \mathbf{x}_i^n \right) \quad (٥٢)$$

این الگوریتم را کمینه مربعات قابل تنظیم Distributed Bi-directional Incremental Regularized Least Squares (DBIRLS) می‌نامیم.

بهمنظور مقایسه، پیچیدگی‌های محاسباتی الگوریتم‌های پیشنهادی در جدول (١) نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود هر سه الگوریتم به‌طور تقریبی به تعداد عملگر یکسانی نیاز دارند، جز این‌که الگوریتم DBINBP به عملگرهای اضافی تر نرم و شرطی نیز نیاز دارد.

٤- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های الگوریتم پیشنهادی ارائه می‌شود. برای این منظور، شبکه‌ای با $J=20$ گره حس‌گری در نظر گرفته شده است. همچنین پارامترها به صورت $\mu_i = 1$ ، $s = 10$ ، $m = 128$ ، $N = 512$ ، $\eta_i = 0.058$ و $\delta_i = 50$ انتخاب شده‌اند. برای الگوریتم D-LASSO مقدار پارامترها بر اساس توصیه نویسنده‌گان [٣٣] طوری انتخاب شده‌اند که بهترین نتیجه حاصل شود. تمام نتایج با متوسط‌گیری در طول یکصد آزمایش مستقل از هم حاصل شده‌اند. در هر

دوباره بهمنظور بیان این مسئله به صورت توزیع شده و مشابه با چهارچوب کلی (٨)، متغیر عمومی \mathbf{x} را با متغیر محلی x_i جای‌گذاری کرده و قید $x_i = x_{i-1}$ یا $A_i \mathbf{x}_i = A_i \mathbf{x}_{i-1}$ را نیز در آن می‌گنجانیم؛ لذا، داریم:

$$\text{for all } i \in \{1, 2, \dots, J\} \quad (٤٤)$$

$$\underset{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^m}{\text{minimize}} \|\mathbf{x}_i\|_1 + \frac{\delta_i}{2} \|A_i \mathbf{x}_i - \mathbf{y}_i\|_2^2 \text{ s.t. } A_i \mathbf{x}_{i-1} = \mathbf{y}_i$$

این مسئله معادل است با (٨) و درنتیجه با (٩) که در آن $F(z_i) = \frac{\delta_i}{2} \|z_i - \mathbf{y}_i\|_2^2$ و $H(\mathbf{u}_{i-1}) = \chi_{\{\mathbf{y}_i\}}(\mathbf{u}_{i-1})$ ، $G(\mathbf{x}_i) = \|\mathbf{x}_i\|_1$ هستند. برای توابع G و H proximal mapping روابط (٢١) و (٢٦) است؛ اما، در مورد تابع F داریم:

$$P_F(\eta_i; \xi) = \underset{\mathbf{z} \in \mathbb{R}^m}{\text{argmin}} \left\{ \eta_i F(\mathbf{z}) + \frac{1}{2} \|\mathbf{z} - \xi\|_2^2 \right\} \quad (٤٥)$$

$$= \underset{\mathbf{z} \in \mathbb{R}^m}{\text{argmin}} \left\{ \frac{\eta_i \delta_i}{2} \|\mathbf{z} - \mathbf{y}_i\|_2^2 + \frac{1}{2} \|\mathbf{z} - \xi\|_2^2 \right\}$$

با مشتق‌گیری نسبت به \mathbf{z} و مساوی صفر قراردادن آن داریم:

$$\mathbf{z} = \frac{\eta_i \delta_i}{1 + \eta_i \delta_i} \mathbf{y}_i + \frac{1}{1 + \eta_i \delta_i} \xi \quad (٤٦)$$

از جای‌گذاری (٤٦) در (٤٥) خواهیم داشت:

$$P_F(\eta_i; \xi) = \frac{\eta_i \delta_i}{1 + \eta_i \delta_i} \mathbf{y}_i + \frac{1}{1 + \eta_i \delta_i} \xi \quad (٤٧)$$

جای‌گذاری (٤٧) در (٢٣) نتیجه خواهد داد:

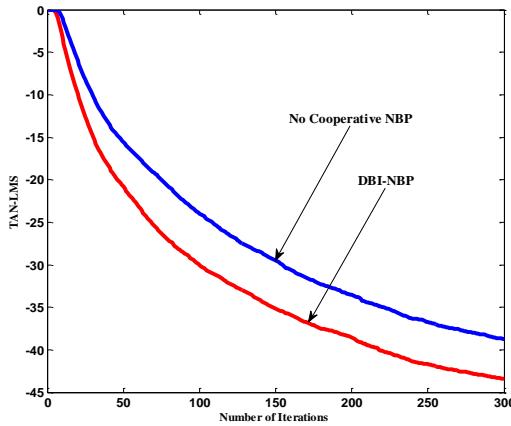
$$P_{F^*}(\eta_i; \xi) = \frac{\delta_i}{\eta_i + \delta_i} (\xi - \eta_i \mathbf{y}_i) \quad (٤٨)$$

حال با جای‌گذاری (٢١)، (٢٦) و (٤٨) در (١٣) -

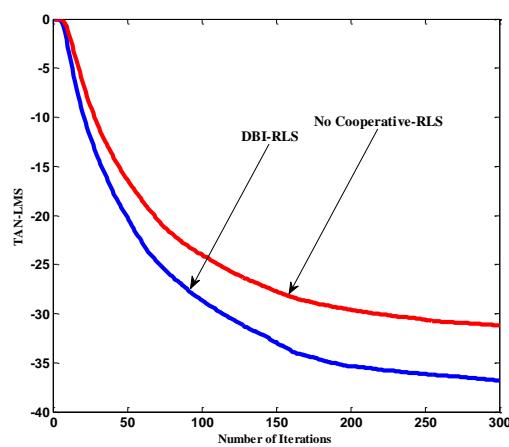
(١٦) با تعریف $\omega_i^n = A_i^* \mathbf{v}_i^n$ خواهیم داشت:

فصل پنجم





(شکل-۴): MSE کل بر حسب تعداد تکرارها برای الگوریتم DBI-NBP
(Figure-4): MSE (in dB) versus number of iterations for DBI-NBP algorithm



(شکل-۵): MSE کل بر حسب تعداد تکرارها برای الگوریتم DBI-RLS
(Figure-5): MSE (in dB) versus number of iterations for DBI-RLS algorithm

همان طور که مشاهده می شود روش های پیشنهادی در مقایسه با فرم غیرمشارکتی آن ها که در آن فرض شده هر گره به تنهایی و بدون مشارکت گره های دیگر شبکه الگوریتم بازسازی مربوطه را اجرا می کند، دارای عملکرد به مراتب بهتری است.

شکل (۶) متوسط خطای الگوریتم های پیشنهادی را با هم و با الگوریتم D-LASSO مقایسه می کند. هر چند که الگوریتم D-LASSO نسبت به الگوریتم های پیشنهادی دارای سرعت همگرایی بهتری است اما، خطای حالت دائم الگوریتم های پیشنهادی به مراتب بهتر از D-LASSO است. این مسئله در شکل (۷) که در آن خطای حالت دائم این الگوریتم ها به ازای SNR های مختلف محاسبه شده بهوضوح ملاحظه می شود. در کنار این مزیت، الگوریتم پیشنهادی همانند الگوریتم D-LASSO نیازمند محاسبه ماتریس وارون در هر گره نیست.

آزمایش، ماتریس A نخست براساس توزیع $N\left(0, \frac{1}{m}\right)$ ایجاد شده و سپس ستون های آن نرمالیزه شده اند. به علاوه، ساپورت بردار تنک x در هر آزمایش به طور تصادفی و با توزیع یکنواخت انتخاب شده است. مولفه های غیر صفر x نیز مستقل از هم از توزیع گوسی استاندارد انتخاب شده اند. همچنین در هر آزمایش و برای هر گره، نویز به صورت سفید گوسی فرض شده است.

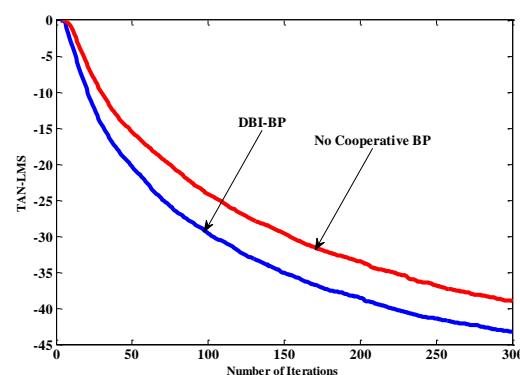
به منظور ارزیابی الگوریتم ها از متوسط خطای میانگین مربعات نرمالیزه شده کل استفاده کرده ایم. در این رابطه X ماتریسی است که از J بار کنار هم قرار گرفتن بردار تنک x که به دنبال تخمین آن هستیم ایجاد شده و X^* ماتریسی است که هر ستون آن شامل بردار تخمین زده شده توسط گره های شبکه است. همچنین $\|X\|_F$ همان نرم فربنیوس ماتریس X است که به صورت زیر تعریف می شود:

$$TAN - MSE = E \left\{ \frac{\|X^* - X\|_F^2}{\|X\|_F^2} \right\} \quad (53)$$

که در آن $tr(B)$ بر مجموع درایه های روی قطر اصلی ماتریس B دلالت دارد.

$$\|X\|_F = \sqrt{tr(XX^T)} \quad (54)$$

شکل های (۳)، (۴) و (۵) به ترتیب نتایج شبیه سازی های الگوریتم های پیشنهادی DBIBP و DBIRLS و DBINBP را برای $SNR = 30dB$ نشان می دهند.



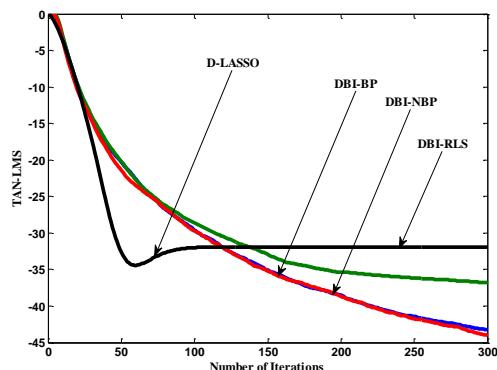
(شکل-۳): MSE کل بر حسب تعداد تکرارها برای الگوریتم DBI-BP
(Figure-3): MSE (in dB) versus number of iterations for DBI-BP algorithm

حس‌گری بی‌سیم که با محدودیت انرژی روبه‌رو هستند مناسب‌تر است.

6- References

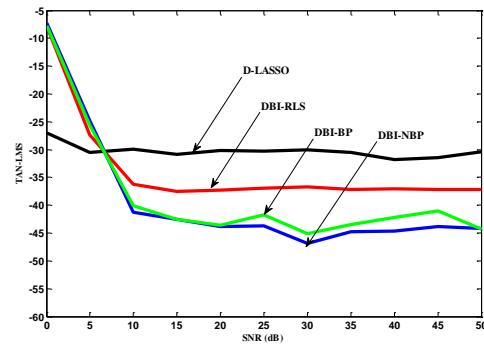
۶- مراجع

- [1] E.J. Candès, and M.B. Wakin, “An introduction to compressive sampling”, *IEEE signal processing magazine*, vol. 25(2), pp.21-30, 2008.
- [2] H. Shiri, M. A. Tinati, M. Codreanu, and G. Azarnia, “Distributed sparse diffusion estimation with reduced communication cost”, *IET Signal Processing*, vol. 12(8), pp. 1043-1052, 2018.
- [3] G. Azarnia, M.A. Tinati, and T.Y. Rezaii, “Cooperative and distributed algorithm for compressed sensing recovery in WSNs”, *IET Signal Processing*, vol. 12(3), pp.346-357, 2017.
- [4] B.K. Natarajan, “Sparse approximate solutions to linear systems”, *SIAM Journal on Computing*, vol. 24(2), pp. 227-234, 1995.
- [5] S. S. Chen, D. L. Donoho, and M. A. Saunders, “Atomic decomposition by basis pursuit,” *SIREV*, vol. 43(1), pp.129-159, 2001.
- [6] E. J. Candès and T. Tao, “The Dantzig selector: Statistical estimation when p is much larger than n ,” *The annals of Statistics*, vol. 35(6), pp. 2313-2351, 2007.
- [7] R. Tibshirani, “Regression shrinkage and selection via the Lasso,” *J. Roy. Statist. Soc. Ser. B*, vol. 58(1), pp. 267–288, 1996.
- [8] D. Estrin, L. Girod, G. Pottie, and M. Srivastava, “Instrumenting the world with wireless sensor networks’, In 2001 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Proceedings (Cat. No. 01CH37221), vol. 4, pp. 2033-2036, 2001.
- [9] G. Azarnia, M. A. Tinati, and T. Y. Rezaii, “Generic cooperative and distributed algorithm for recovery of signals with the same sparsity profile in wireless sensor networks: a non-convex approach,” *The Journal of Supercomputing*, vol. 75(5), pp. 2315-2340, 2019.
- [10] I. Akyildiz, W. Su, Y. Sankarasubramaniam and E. Cayirci, “A survey on sensor networks”, *IEEE Communications Magazine*, Vol. 40(8), pp.102-114, 2002.
- [11] C. Luo, F. Wu, J. Sun, and C. W. Chen, “Compressive data gathering for large-scale wireless sensor networks”, In *Proceedings of the 15th annual international conference on Mobile computing and networking*, 2009, 145–156,
- [12] C. Luo, F. Wu, J. Sun, and C. Chen, “Efficient measurement generation and pervasive



(شکل-۶): MSE کل بر حسب تعداد تکرارها برای الگوریتم‌های مختلف

(Figure-6): MSE (in dB) versus number of iterations for different algorithms



(شکل-۷): MSE کل بر حسب SNR برای الگوریتم‌های مختلف

(Figure-7): MSE (in dB) versus SNR (in dB) for different algorithms

۵- نتیجه

در این مقاله، مسئله بازسازی سیگنال‌های تنک در شبکه‌های حس‌گری بی‌سیم مورد توجه قرار گرفت. بر همین اساس، نخست یک الگوریتم توزیع شده که با مشارکت تمام گره‌های شبکه اجرا می‌شود، با استفاده از بهینه‌سازی ضرایب لاجرانز ارائه شد؛ سپس سه مسئله بهینه‌سازی مختلف با استفاده از همین چهارچوب حل شده و سه الگوریتم متفاوت حاصل شد. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان دادند که الگوریتم‌های پیشنهادی در مقایسه با الگوریتم معروف D-LASSO دارای خطای D-LASSO حالت دائم بهتری بوده و از طرفی همانند نیازمند محاسبه ماتریس وارون در هر گره نیستند. از دیگر سو در الگوریتم‌های پیشنهادی هر گره در هر تکرار فقط با دو همسایه خود به مبادله داده می‌پردازد و حال آنکه در D-LASSO هر گره با تمام همسایگان خود مبادله دارد. براین اساس، الگوریتم پیشنهادی برای شبکه‌های

فصل بی



- predistribution via random gossiping”, in *Proc. of IPSN*, pp. 51–59, 2006.
- [24] W. Wang, M. Garofalakis, and K. Ramchandran, “Distributed sparse random projections for refinable approximation,” in *Proc. of IPSN*, pp. 331–339, 2007.
- [25] A. Talari and N. Rahnvard, “Cstorage: Distributed data storage in wireless sensor networks employing compressive sensing”, in *Proc. IEEE Global Telecommunications Conf.*, 2012, pp. 1-5.
- [26] M. Lin, C. Luo, F. Liu, and F. Wu, “Compressive data persistence in large-scale wireless sensor networks”, In *Global Telecommunications Conference*, 2010, pp. 1–5.
- [27] F. Liu, M. Lin, Y. Hu, C. Luo, and F. Wu, “Design and analysis of compressive data persistence in large-scale wireless sensor networks,” *IEEE Trans. Parallel Distrib. Syst.*, vol. 26(10), pp. 2685-2698, 2015.
- [28] G. Azarnia and M. A. Tinati, “Steady-state analysis of the deficient length incremental LMS adaptive networks,” *Circuits, Syst. Signal Process.*, vol. 34(9), pp. 2893-2910, 2015.
- [29] G. Azarnia and M. A. Tinati, “Steady-state analysis of the deficient length incremental LMS adaptive networks with noisy links,” *AEU Int. J. Electron. Commun.*, vol. 69(1), pp. 153-162, 2015.
- [30] Z. Zhao, J. Feng and B. Peng “A green distributed signal reconstruction algorithm in wireless sensor networks”, *IEEE Access*, pp. 5908-5917, 2016.
- [31] D. Sundman , S. Chatterjee , and M. Skoglund, “Design and analysis of a greedy pursuit for distributed compressed sensing”, *IEEE Trans. Sig. Process.* Vol. 64 (11), pp. 2803–2818, 2016.
- [32] W. Chen , and I.J. Wassell , “A decentralized bayesian algorithm for distributed compressive sensing in networked sensing systems”, *IEEE Trans. Wireless Commu*, Vol. 15 (2), pp. 1282–1292, 2016.
- [33] G. Mateos, J. A. Bazerque, and G. B. Giannakis, “Distributed sparse linear regression,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 58(10), pp. 5262–5276, 2010.
- [34] S. Foucart, H. Rauhut, “A Mathematical Introduction to Compressive Sensing”, Springer, New York, August 2013.
- sparsity for compressive data gathering”, *IEEE Trans Wireless Commun.*, vol. 9(12), pp. 3728–38, 2010.
- [13] Y. Zhu and X. Wang, “Multi-session data gathering with compressive sensing for large-scale wireless sensor networks,” in *Proc. Global Telecommunications conf*, 2010, pp. 1-5.
- [14] A. Abrardo, C. M. Carretti, and A. Mecocci, “A compressive sampling data gathering approach for wireless sensor networks using a sparse acquisition matrix with abnormal values”, *Communications Control and Signal Processing (ISCCSP), 2012 5th International Symposium on*, 2012, pp. 1-4.
- [15] J. Wang, S. Tang, B. Yin, X. and Li, “Data gathering in wireless sensor networks through intelligent compressive sensing”, In *2012 Proceedings IEEE INFOCOM*, pp. 603-611, 2012.
- [16] R. Xie and X. Jia, “Minimum transmission data gathering trees for compressive sensing in wireless sensor networks,” in *Proc. IEEE GlobeCom*, pp. 1-5, 2011.
- [17] X. Wu, Y. Xiong, W. Huang, H. Shen, and M. Li, “An efficient compressive data gathering routing scheme for large-scale wireless sensor networks,” *Comput. Electr. Eng.*, vol. 39(6), pp. 1935-1946, 2013.
- [18] H. Zheng, F. Yang, X. Tian, X. Gan, X. Wang, and S. Xiao, “Data gathering with compressive sensing in wireless sensor networks: A random walk based approach,” *IEEE Trans. Parallel Distrib. Syst.*, vol. 26(1), pp. 35-44, 2015.
- [19] D. Baron, M. B. Wakin, M. F. Duarte, S. Sarvotham, and R. G. Baraniuk, “Distributed compressed sensing”, Dept. Elect. Eng., Rice University, Houston, TX, Tech. Rep. TREE-0612, 2006.
- [20] J. Park, S. Hwang, J. Yang, and D. Kim, “Generalized distributed compressive sensing” appeared in Rice University Compressive Sensing Resources, <http://www.dsp.rice.edu/cs>.
- [21] H. Xu, N. Fu, L. Qiao, and X. Peng, “Fast pursuit method for greedy algorithms in distributed compressive sensing,” in *Conf. Rec., IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conf.*, pp. 1118-1122, 2015.
- [22] W. Chen, I. Wassell, and M. Rodrigues, “Dictionary design for distributed compressive sensing,” *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 22(1), pp. 95-99, 2015.
- [23] M. Rabbat, J. Haupt, A. Singh, and R. Nowak, “Decentralized compression and

قنبر آذربایا تحصیلات خود را در

مقطع کارشناسی و کارشناسی ارشد در

رشته مهندسی برق مخابرات سیستم

در دانشگاه تبریز به پایان رساند؛

سپس به عنوان دانش آموخته برتر



تحصیلات خود را در مقطع دکترای تخصصی رشته

مهندسی برق مخابرات سیستم ادامه داده و در سال ۱۳۹۶

موفق به کسب درجه دکترای تخصصی از دانشگاه تبریز

شد. ایشان هم اکنون استادیار دانشکده فنی و مهندسی

خوی دانشگاه ارومیه هستند. زمینه‌های پژوهشی مورد

علاقه ایشان عبارت‌اند از: پردازش توزیع شده در شبکه‌های

حس‌گری بی‌سیم، تخمین کانال، پردازش سیگنال‌های

پزشکی، حس‌گری فشرده، فیلتر وفقی و تبدیل موجک.

نشانی رایانامه ایشان عبارت است از:

g.azarnia@urmia.ac.ir

محمدعلی طینتی تحصیلات خود را



در مقطع کارشناسی و کارشناسی ارشد

در رشته مهندسی برق مخابرات در

دانشگاه نورت ایسترن امریکا و

تحصیلات خود را در مقطع دکترای

تخصصی در دانشگاه آدلاید استرالیا به اتمام رساند. ایشان

هم‌اکنون استاد دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر دانشگاه

تبریز هستند و تخصص اصلی ایشان پردازش سیگنال‌های

صوتی، تصویری، پزشکی و مخابراتی است.

نشانی رایانامه ایشان عبارت است از:

tinati@tabrizu.ac.ir

توحید یوسفی رضایی تحصیلات خود



در مقطع کارشناسی، کارشناسی ارشد و

دکترای تخصصی را در دانشگاه تبریز به

اتمام رساند. ایشان هم اکنون استادیار

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

دانشگاه تبریز هستند. زمینه‌های پژوهشی مورد علاقه

ایشان عبارتند از: پردازش سیگنال آماری، حس‌گری

فشرده، بازناسی الگو و یادگیری آماری، پردازش

سیگنال‌های بیولوژیکی، رابط کاربری مغز-کامپیوتر، فیلتر

وفقی و شبکه‌های حس‌گری زیستی.

نشانی رایانامه ایشان عبارت است از:

yousefi@tabrizu.ac.ir

فصلنامه



سال ۱۴۰۰ شماره ۳ پیاپی ۴۹

۷۶