

# طراحی فیلترهای دیجیتال IIR با تأخیر کم با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی فراابتکاری

یاسر مقصودی و مهدی کامندار\*

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته، کرمان، ایران

## چکیده

طراحی فیلترهای دیجیتال IIR مبتنی بر کمینه‌کردن اختلاف پاسخ فرکانسی فیلتر طراحی شده و دلخواه به همراه قیودی همچون پایداری، فاز خطی و کمینه فازی توسط الگوریتم‌های بهینه‌سازی فراابتکاری توجه زیادی را به خود جلب کرده است. یکی از مشخصه‌های مهم زمانی فیلترها تأخیر کم آنها است که در کاربردهای هم‌زمان ضروری است. در این مقاله جهت طراحی یک فیلتر با تأخیر کم، مفهوم انرژی جزئی وزن‌دار پاسخ ضربه فیلتر پیشنهاد شده است. با کمینه‌کردن این معیار، انرژی پاسخ ضربه فیلتر در ابتدای آن متمرکز شده و باعث سریع‌تر از بین رفتن پاسخ گذرا و همچنین کاهش تأخیر فیلتر در پاسخ به ورودی می‌شود. این خاصیت در کنار کمینه فازی منجر به مشخصات زمانی خوب علاوه بر مشخصات خوب فرکانسی برای فیلتر می‌شود، به این معنی که پاسخ پله فیلتر به پله نزدیک می‌شود که در بسیاری از کاربردها ضروری است. در تابع هزینه پیشنهادی برای افزایش حاشیه پایداری از کمینه‌کردن معیار بزرگ‌ترین اندازه قطب‌ها، جهت کمینه فازی از کمینه‌کردن معیار تعداد صفرهای بیرون دایره واحد و جهت دستیابی به فاز خطی از معیار تأخیر گروهی ثابت استفاده شده است. کمینه‌کردن تابع هزینه پیشنهادی به دلیل نامحدوب بودن و تعداد زیادی بهینه‌های محلی توسط الگوریتم‌های فراابتکاری GA، PSO و GSA انجام شده است. نتایج گزارش شده، قابلیت و انعطاف‌پذیری روش پیشنهادی را در طراحی انواع فیلترهای دیجیتال فرکانس گزین، مشتق گیر و انتگرال گیر، همسان‌ساز و هیلبرت با مشخصات فرکانسی و زمانی خوب در مقایسه با روش‌های رایج را نشان می‌دهد. فیلتر طراحی شده با استفاده از روش پیشنهادی تنها ۱/۷۹ نمونه تأخیر دارد که برای بیش‌تر کاربردها ایده‌آل است.

واژگان کلیدی: پردازش سیگنال دیجیتال، طراحی فیلتر دیجیتال IIR، تأخیر کم، انرژی جزئی وزن‌دار، الگوریتم‌های بهینه‌سازی فراابتکاری

## Low latency IIR digital filter design by using metaheuristic optimization algorithms

Yaser maghsoudi & mehdi kamandar\*

Department of Electrical and Computer Engineering, Graduate University of Advanced Technology, Kerman, Iran

### Abstract

Filters are particularly important class of LTI systems. Digital filters have great impact on modern signal processing due to their programmability, reusability, and capacity to reduce noise to a satisfactory level. From the past few decades, IIR digital filter design is an important research field. Design of an IIR digital filter with desired specifications leads to a non convex optimization problem. IIR digital filter which design by minimizing the error between frequency response of desired and designed filters with some constraints such as stability, linear phase, and minimum phase by meta heuristic algorithms has gained increasing attention. The aim of this paper is to develop an IIR digital filter designing method that can provide relatively good time response characterizations beside good frequency response ones. One of the most important required time characterizations of digital filters for real time applications is low latency. To design a low latency digital filter, minimization of weighted partial energy of impulse response of the filter is used, in this paper.

\* Corresponding author

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات

By minimizing weighted partial energy of impulse response, energy of impulse response concentrates on its beginning, consequently low latency for responding to inputs. This property beside minimum phase property of designed filter leads to good time specifications. In the proposed cost function in order to ensure the stability margin the term maximum pole radius is used, to ensure the minimum phase state the number of zeros outside the unit circle is considered, to achieve linear phase the constant group delay is considered. Due to no convexity of proposed cost function, three meta-heuristic algorithms GA, PSO, and GSA are used for optimization processes. Reported results confirmed the efficiency and the flexibility of the proposed method for designing various types of digital filters (frequency selective, differentiator, integrator, Hilbert, equalizers, and ...) with low latency in comparison with the traditional methods. Designed low pass filter by proposed method has only 1/79 sample delay, that is ideal for most of the applications.

**Keywords:** Digital signal processing, IIR digital filter design, Low latency, Weighted partial energy, Meta-heuristic optimization algorithms.

## ۱- مقدمه

امروزه پردازش دیجیتال سیگنال‌ها به دلیل کاربردهای وسیع آن به بخشی جدایی‌ناپذیر از زندگی بشر تبدیل شده و رشد چشم‌گیری در زمینه‌های مختلفی مانند سامانه‌های کنترل، سامانه‌های پردازش گفتار، موسیقی، تصویر و ویدئو، سامانه‌های مخابراتی و پزشکی به وجود آورده است. یکی از مباحث مورد توجه پژوهش‌گران در حوزه پردازش سیگنال، استفاده از فیلترهای دیجیتال به جای فیلترهای آنالوگ به دلیل شاخصه‌های بااهمیتی مانند پاسخ فرکانسی مطلوب، قابلیت اطمینان بالا، اندازه فیزیکی کوچک، کم بودن حساسیت اجزا به نوفه و دما و امکان انجام پردازش‌های چندرنخی است. مشخصه‌های یک فیلتر دیجیتال می‌تواند به سادگی و با دست‌کاری جزئی حافظه‌ها تغییر کند، بدون اینکه نیازی به تغییر سخت‌افزار باشد. فیلترهای دیجیتال قابلیت پردازش و استخراج پارامترهای مفید سیگنال‌های باریک باند از جمله سیگنال‌های حیاتی، گفتار، موسیقی و زمین شناختی را دارند و نتایج خوبی در این زمینه‌ها ارائه می‌دهند.

فیلترهای دیجیتال به دو دسته فیلترهای با پاسخ ضربه متناهی (FIR<sup>۱</sup>) و فیلترهای با پاسخ ضربه نامتناهی (IIR<sup>۲</sup>) تقسیم‌بندی می‌شوند [1]. طراحی و پیاده‌سازی فیلترهای FIR به دلیل پایداری ذاتی و امکان حصول فاز به‌طور دقیق خطی و تبدیل شدن مسأله طراحی آنها به یک مسأله بهینه‌سازی محدب بسیار آسان‌تر از فیلترهای IIR است. عیب اصلی این‌گونه فیلترها مرتبه بالای مورد نیاز برای رسیدن به مشخصه‌های دلخواه و در نتیجه تأخیر و پیچیدگی محاسباتی بیشتر این فیلترها است. کاربرد غالب این‌گونه فیلترها در فیلترهای وقفی و بانک‌های فیلتر

مورد استفاده در آنالیز چندتفکیکی از جمله تبدیل موجک است. اگرچه طراحی و پیاده‌سازی فیلترهای IIR به دلیل حضور قطب‌ها در تابع تبدیل فیلتر آن پیچیده‌تر است، اما فیلترهای IIR قابلیت دستیابی به مشخصه‌های فرکانسی بهتری نظیر باند گذر باریک‌تر، باند عبور هموارتر و تضعیف بیشتر در باند حذف با مرتبه کمتر و در نتیجه تأخیر و پیچیدگی محاسباتی کمتر در مقایسه با نوع FIR را دارد. در این مقاله، ما مسأله طراحی فیلترهای IIR را به دلیل مزیت‌های آن مورد مطالعه و بررسی قرار خواهیم داد. دو رویکرد در طراحی فیلترهای IIR وجود دارد: ۱- رویکرد مبتنی بر طراحی فیلتر آنالوگ. ۲- رویکرد مبتنی بر بهینه‌سازی. مزایای رویکرد نخست پیچیدگی محاسباتی کم و تضمین پایداری فیلتر و عیب آن، عدم کنترل بر فاز و نیاز به دانش طراحی فیلترهای آنالوگ است.

در این مقاله جهت تعیین فیلتر با مشخصات مورد نیاز از رویکرد مبتنی بر بهینه‌سازی استفاده شده است. یکی از مشکلات اساسی در این رویکرد وجود قیدهایی مانند پایداری، کمینه فازی، فاز خطی و تأخیر کم فیلتر است. وجود این قیود غیر محدب باعث می‌شود که روش‌های برنامه‌ریزی محدب کلاسیک کارایی چندانی نداشته باشند [2]. خطی‌سازی و محدب‌سازی قیود نسبت به ضرایب فیلتر جهت استفاده از روش‌های بهینه‌سازی برنامه‌ریزی خطی و محدب نیز باعث محدود شدن فیلترهای طراحی شده به یک زیرمجموعه کوچک از فیلترهای پایدار می‌شود که ما را از رسیدن به فیلتر بهینه دور می‌کند؛ از این‌رو در سال‌های اخیر استفاده از روش‌های بهینه‌سازی فراابتکاری که توانایی خوبی در مواجهه با توابع هزینه و قیود غیر محدب و فرار از بهینه‌های محلی دارند، مورد استفاده قرار گرفته‌اند [3].

الگوریتم‌های بهینه‌سازی فراابتکاری با الهام از طبیعت پایه‌ریزی شده و به صورت جمعیتی عمل می‌کنند. هرچند ممکن است، پیچیدگی محاسباتی بیشتر این الگوریتم‌ها در

<sup>۱</sup> Finite Impulse Response

<sup>۲</sup> Infinite Impulse Response

محدب به اثبات رسانده‌اند، جهت طراحی یک فیلتر IIR و دستیابی به ضرایب بهینه آن صورت گرفته است. سازمان‌دهی مقاله بدین صورت است: در بخش دوم تابع هزینه پیشنهادی جهت طراحی فیلترهای IIR ارائه شده و بخش‌های مختلف آن تشریح می‌شود. در بخش سوم الگوریتم‌های PSO، GSA و GA به اختصار مرور و نحوه عملکرد آنها در بهینه‌سازی تابع هزینه آورده شده است. در بخش چهارم شبیه‌سازی‌ها با روش پیشنهادی صورت گرفته و نتایج با مقایسه با روش‌های رایج گزارش شده است. در نهایت در بخش پنجم نتیجه‌گیری و جمع‌بندی کار ارائه شده است.

## ۲- طراحی فیلترهای دیجیتال IIR با تابع هزینه پیشنهادی

یک دسته از فیلترهای  $LTI^2$  سببی با قابلیت طراحی، تحلیل و پیاده‌سازی آسان، فیلترهای با تابع تبدیل گویا مطابق رابطه زیر می‌باشند.

$$H(z) = \frac{\sum_{m=0}^M b_m z^{-m}}{\sum_{k=0}^N a_k z^{-k}} \quad (1)$$

به هنگام پیاده‌سازی شرایط کمی سکون اولیه می‌باشد. در رابطه (۱)  $\{a_k\}_{k=0}^N$  و  $\{b_m\}_{m=0}^M$  مجموعه ضرایب فیلتر بوده و از اینجا به بعد  $a = [a_0, a_1, \dots, a_N, b_0, b_1, \dots, b_M]$  بردار ضرایب فیلتر نامیده می‌شود. ریشه‌های مخرج تابع تبدیل  $\{p_k\}_{k=1}^N$  قطب‌های محدود فیلتر و ریشه‌های صورت تابع تبدیل  $\{z_m\}_{m=1}^M$  صفرهای محدود فیلتر هستند. پاسخ فرکانسی فیلتر بالا به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$H(f) = H(z)|_{z=e^{j2\pi f}} = \frac{\sum_{m=0}^M b_m e^{-j2\pi f m}}{\sum_{k=0}^N a_k e^{-j2\pi f k}} = |H(f)| e^{j\varphi(f)} \quad (2)$$

که  $f$  فرکانس نرمالیزه است. پاسخ ضربه یک فیلتر سببی و پایدار با تابع انتقال بالا (تمام قطب‌ها داخل دایره واحد) نیز با رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$h[n] = \begin{cases} 0 & n < 0 \\ -\sum_{i=1}^N a_i h[n-i] + b_n & 0 \leq n \leq M \\ -\sum_{i=1}^N a_i h[n-i] & n > M \end{cases} \quad (3)$$

<sup>6</sup> Linear Time Invariant

مقایسه با روش‌های کلاسیک یک نقص به حساب آید؛ اما با توجه به اینکه طراحی فیلترها اغلب به صورت غیر هم‌زمان صورت می‌پذیرند محدودیت زمانی زیاد مطرح نیست. الگوریتم‌های بهینه‌سازی فراابتکاری نیازی به اطلاعات گرادینت تابع هزینه ندارند و تنها از مقدار آن برای هدایت جستجوی بهینه استفاده می‌کنند؛ بنابراین اگر تابع هزینه و قیود به درستی طراحی شود، ما را به پاسخ مطلوب خواهند رساند. از این نمونه الگوریتم‌های بهینه‌سازی می‌توان به الگوریتم وراثتی با الهام از علم وراثت و تکامل (GA<sup>1</sup>) [4]، الگوریتم ایمنی با شبیه‌سازی دستگاه دفاعی انسان (IA<sup>2</sup>) [5]، الگوریتم جستجوی جمعیت مورچگان (ACO<sup>3</sup>) [6]، الگوریتم جستجوی گرانشی (GSA<sup>4</sup>) [7] و الگوریتم بهینه‌سازی جمعیت ذرات با تقلید از رفتار اجتماعی پرندگان (PSO<sup>5</sup>) [8] اشاره کرد.

در زمینه طراحی فیلترهای دیجیتال FIR و IIR با بهره‌گیری از الگوریتم‌های فراابتکاری در چند دهه اخیر جهت رسیدن به مشخصه‌های مطلوب زمانی و فرکانسی کارهای زیادی صورت گرفته است [9-14]. مشخصه‌هایی مانند پایداری، کمینه فازی، و فاز خطی علاوه بر اندازه پاسخ فرکانسی خوب نیز به طراحی اعمال شده است. یکی از مشخصه‌های زمانی مهم انواع فیلترها در کاربردهای هم‌زمان، تأخیر کم است که مورد توجه خاص نبوده است. ایده اصلی در این مقاله کمینه‌سازی انرژی جزئی وزن دار پاسخ ضربه فیلتر است که منجر به کوتاه‌شدن پاسخ ضربه فیلتر و در نتیجه پاسخ‌دهی سریع‌تر فیلتر می‌شود که این ترم می‌تواند برای طراحی انواع فیلترها با تأخیر کم استفاده شود.

در این پژوهش سعی می‌شود با ارائه یک تابع هزینه جامع در مقایسه با روش‌های رایج، شانس دستیابی به طراحی بهینه افزایش یابد. در این مقاله قیودی مانند پایداری، کمینه فاز، فاز خطی و تأخیر کم به صورت ترم‌های پنهالتی به تابع هزینه اضافه شده است. در انتها مسأله طراحی فیلتر به کمینه‌سازی یک تابع هزینه بدون قید تبدیل شده است. کمینه‌سازی تابع هزینه پیشنهادی توسط الگوریتم‌های PSO، GSA و GA که قابلیت خود را در رسیدن به بهترین جواب ممکن در کم‌ترین زمان در بسیاری از مسائل غیر

<sup>1</sup> Genetic Algorithm

<sup>2</sup> Immune Algorithm

<sup>3</sup> Ant Colony Optimization

<sup>4</sup> Gravitational Search Algorithm

<sup>5</sup> Particle Swarm Optimization

این دسته از فیلترها می‌توانند هر فیلتر سببی و پایدار با پاسخ ضربه دلخواه  $h_d[n]$  و یا پاسخ فرکانسی دلخواه  $H_d(f)$  را با دقت دلخواه با انتخاب مرتبه به‌اندازه کافی بزرگ تقریب بزنند. مسأله طراحی فیلتر با استفاده از مدل بالا عبارت است از پیدا کردن مجموعه ضرایب، به‌گونه‌ای که  $h[n]$   $H(f)$  تا حد امکان به  $h_d[n]$   $H_d(f)$  نزدیک باشد. علاوه بر این، باید به پایداری و ویژگی‌های حائز اهمیت دیگری مانند کمینه فازی، فاز خطی و تأخیر کم فیلتر نیز پرداخته شود.

## ۱-۲- تابع هزینه پیشنهادی

در این بخش یک تابع هزینه جامع جهت طراحی انواع فیلترها با استفاده از مدل تابع انتقال گویا پیشنهاد می‌شود. این تابع هزینه شامل ترم‌های اختلاف پاسخ فرکانسی فیلتر دلخواه و فیلتر طراحی‌شده و قیود پایداری، کمینه فازی، فاز خطی، تأخیر کم و یکتایی ضرایب فیلتر طراحی‌شده به‌صورت زیر است:

$$C(\underline{a}) = \sum_{i=1}^5 w_i c_i(\underline{a}) \quad (4)$$

که  $w_i$  ها ضرایبی نامنفی جهت تنظیم اثر هر کدام از ترم‌های تابع هزینه هستند که مقدار آنها بنا به اهمیت هر کدام از ترم‌ها تعیین می‌شوند.

جهت کمینه کردن اختلاف پاسخ فرکانسی فیلتر دلخواه و طراحی‌شده ترم مربعات خطای وزن دار استفاده شده است که با کمینه کردن آن این اختلاف کمینه می‌شود:

$$C_1(\underline{a}) = \sum_f w(f) \times |H(f) - H_d(f)|^2 \quad (5)$$

که  $w(f)$  یک تابع وزندهی نامنفی و  $f$  مجموعه‌ای از فرکانس‌های نرمالیزه بافاصله یکسان در بازه  $[0, 0.5]$  است. برای فیلترهای فرکانس گزین فقط اختلاف اندازه پاسخ فرکانسی فیلتر دلخواه و طراحی‌شده مورد توجه بوده و خطی بودن فاز در باندهای عبور کفایت می‌کند، بنابراین ترم (۵) برای فیلترهای فرکانس گزین با دو ترم خطای اندازه و خطی بودن فاز به‌صورت زیر جایگزین می‌شود:

### - خطای اندازه

خطای اندازه برای یک فیلتر فرکانس گزین در این مقاله به‌صورت زیر انتخاب شده است:

$$C_1^m(\underline{a}) = \max_{f \in P} \|H(f)\| - 1 + \frac{1}{|S|} \sum_{f \in S} |H(f)|^2 \quad (6)$$

که  $P$  مجموعه‌ای از فرکانس‌های نرمالیزه با فاصله یکسان در باندهای عبور و  $S$  مجموعه‌ای از فرکانس‌های با فاصله یکسان

در باندهای حذف بوده،  $|p|$  و  $|S|$  نیز تعداد اعضای این مجموعه‌ها را نمایش می‌دهند. از معیار بیشینه خطا در باندهای عبور استفاده شده است که با کمینه کردن آن بیشترین همواری در پاسخ اندازه باندهای عبور ایجاد می‌شود. همچنین از معیار میانگین مربعات خطا در باندهای حذف استفاده شده است که با کمینه کردن آن بیشینه تضعیف باندهای توقف حاصل می‌شود.

### - فاز خطی

فاز دلخواه در باندهای عبور و انتقال فیلترهای فرکانس گزین فاز خطی است. ترم  $c_2(\cdot)$  جهت حصول فاز خطی در باند عبور و انتقال اضافه شده است. فاز خطی در باند عبور معادل ثابت بودن تأخیر گروهی در باند عبور و انتقال است که به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\tau(f) = -\frac{1}{2\pi} \frac{d}{df} \{\varphi(f)\} \quad (7)$$

که  $\varphi(f)$  فاز فیلتر طراحی‌شده در فرکانس نرمالیزه  $f$  است. تأخیر گروهی، میزان تأخیر زمانی پوش یک سیگنال باند باریک اطراف  $f$  را نشان می‌دهد. در صورت ثابت بودن تأخیر گروهی فیلتر، تمام مؤلفه‌های فرکانسی سیگنال به مقدار یکسان تأخیر زمانی پیدا می‌کنند و در نتیجه اعوجاج فاز نخواهیم داشت. جهت حصول فاز خطی در باندهای عبور و انتقال از ترم زیر استفاده شده است:

$$C_1^p(\underline{a}) = \sum_{f \in P+T} |\tau(f) - med_f| \quad (8)$$

که  $med_f$  مقدار میانه مقادیر تأخیر گروهی در باند عبور و انتقال است. به دلیل تغییرات شدید فاز و در پی آن تأخیر گروهی بزرگ در باند انتقال، از میانه مقادیر تأخیر گروهی که در چنین مواردی نماینده بهتری از میانگین برای توزیع است بهره گرفته شده است. با کمینه شدن این ترم، مقدار تأخیر گروهی در باندهای عبور و انتقال به‌سوی یک مقدار ثابت سوق داده می‌شود و در نتیجه اعوجاج فاز سیگنال عبوری به کمینه ممکن می‌رسد.

### - پایداری

ترم  $c_2(\cdot)$  جهت تضمین پایداری فیلتر طراحی‌شده به تابع هزینه اضافه شده است. پایداری فیلتر معادل داخل دایره واحد بودن تمام قطب‌های آن است. بنابراین ترم زیر جهت تضمین پایداری استفاده شده است:

$$C_2(\underline{a}) = \max_k |p_k| \quad (9)$$

حال با تعریف:

$$C_4(\underline{a}) = -E_{wp}[k] \quad (14)$$

و کمینه‌کردن آن باعث می‌شود انرژی پاسخ ضربه فیلتر سببی در ابتدای آن متمرکز شود، به این معنی که پاسخ ضربه به ضربه و پاسخ پله‌به‌پله نزدیک می‌شود و فیلتر به یک سامانه بدون حافظه نزدیک می‌شود. این امر منجر به تأخیر کم در پاسخ‌دهی به ورودی و سریع از بین رفتن پاسخ گذرای فیلتر به هنگام اعمال و صفرشدن ورودی می‌شود. از آنجا که این معیار فقط برای فیلترهایی با قطب‌های داخل دایره واحد معتبر است، در صورت تولید جواب‌هایی با قطب‌های بیرون دایره واحد در جمعیت هر تکرار، این قطب‌ها به داخل دایره واحد منعکس می‌شوند.

#### - یکتایی فیلتر بهینه

با توجه به رابطه (۱)، اگر  $\underline{a}^*$  بردار ضرایب فیلتر بهینه باشد، آنگاه  $\underline{h} = k\underline{a}^*$  (که  $k \neq 0$ ) نیز یک جواب خواهد بود. اغلب برای حل مشکل یکتایی جواب در چرخه طراحی  $a_0 = 1$  در نظر گرفته می‌شود و در نتیجه ضرایب فیلتر بهینه، یکتا خواهد شد. در این مقاله برای یکتاکردن بردار ضرایب فیلتر بهینه از قید  $\|\underline{a}\| = 1$  استفاده شده است. جهت اعمال این قید بنالشی زیر به تابع هزینه اضافه شده است:

$$C_5(\underline{a}) = \|\underline{a}\| - 1 \quad (15)$$

کمینه‌کردن این عبارت منجر به جستجوی بردار ضرایب بهینه در یک زیر فضای کوچک با شعاع یک شده و از پرش‌ها و جستجوهای بی‌دلیل و سردرگم شدن الگوریتم کمینه‌ساز جلوگیری می‌کند که این امر منجر به هم‌گرایی سریع‌تر الگوریتم می‌شود.

تابع هزینه پیشنهادی یک تابع هزینه جامع برای طراحی انواع فیلترها است. البته در طراحی فیلترهای مختلف ممکن است فقط برخی از این ترم‌ها استفاده شود. حال برای پیداکردن بردار ضرایب بهینه باید تابع هزینه را نسبت به آن کمینه کرد. با توجه به نامحدوب بودن و کمینه‌های محلی زیاد تابع هزینه پیشنهادی، الگوریتم‌های برنامه‌ریزی محدب کارایی ندارند. در اینجا برای کمینه‌سازی تابع هزینه بالا از الگوریتم‌های بهینه‌ساز فرا ابتکاری استفاده شده است. این الگوریتم‌ها برای حرکت به سوی کمینه سراسری فقط از مقدار تابع استفاده می‌کنند و توانایی فرار از کمینه‌های محلی را نیز دارند.

با کمینه‌کردن عبارت بالا تمام قطب‌های تابع تبدیل به سمت مبدأ و در نتیجه داخل دایره واحد رانده می‌شوند. برای یک سامانه پایدار مقدار عبارت  $1 - \max_k |p_k|$  حاشیه پایداری شناخته می‌شود و هرچه قدر بزرگ‌تر باشد در زمان پیاده‌سازی با مشکلات کمتری از جمله ناپایداری به دلیل کوانتیزاسیون ضرایب فیلتر و خطاهای ناشی از سرریز شدن و گردکردن نتایج محاسبات روبه‌رو می‌شویم. با انتخاب ضریب بزرگ حاشیه پایداری خوبی حاصل می‌شود.

#### - کمینه فازی

اصطلاح کمینه فاز، برای فیلترهای سببی و پایداری که معکوس سببی و پایداری نیز دارند به کار می‌رود. در این سامانه‌ها علاوه بر قطب‌ها تمامی صفرها نیز باید درون دایره واحد قرار بگیرند. فیلترهای کمینه فاز در مقایسه با فیلترهای ناکمینه فاز با پاسخ اندازه یکسان تأخیر کمتری دارند. از ترم زیر جهت حصول یک فیلتر کمینه فاز استفاده شده است:

$$C_3(\underline{a}) = \# \text{ of zeros outside } UC \quad (10)$$

با کمینه‌کردن ترم بالا صفرهای تابع تبدیل نیز به داخل دایره واحد رانده خواهند شد. به دلیل اینکه در مورد صفرها حاشیه امنی قائل نیستیم، تنها داخل دایره واحد قرارگرفتن آن‌ها کفایت می‌کند. کمینه فازبودن فیلتر باعث بهبود خواص زمانی فیلتر می‌شود.

#### - تأخیر کم

جهت تأخیر کم فیلتر (تأخیر زمانی کم بین ورودی و خروجی) باید انرژی پاسخ ضربه فیلتر در شروع آن متمرکز شود. در این مقاله برای رسیدن به این هدف از کمینه‌کردن انرژی جزئی وزن‌دار که به صورت زیر تعریف می‌شود استفاده شده است:

$$E_{wp}[k] = \sum_{i=0}^k \alpha_i |h[i]|^2 \quad (11)$$

در رابطه بالا  $h[.]$  پاسخ ضربه فیلتر و  $k$  یک عدد به اندازه کافی بزرگ است. آزمایش‌ها نشان می‌دهد مقدار مناسب برای  $k$  به صورت زیر است:

$$k = M + N \quad (12)$$

همچنین ضرایب  $\alpha_i$  ها برای بیشینه‌کردن مقادیر ابتدایی دنباله پاسخ ضربه به صورت کاهشی و مطابق رابطه زیر در نظر گرفته شده است:

$$\alpha_i = \frac{0.9^i}{\sum_{j=0}^k 0.9^j} \quad (13)$$

### ۳- کمینه‌سازی تابع هزینه پیشنهادی با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری

الگوریتم‌های بهینه‌سازی فراابتکاری ازجمله روش‌های جستجوی اکتشافی محسوب می‌شوند که با به‌کارگیری ویژگی‌های تصادفی، انطباق‌پذیری و یادگیری در جهت تولید و دستیابی به طرح‌های بهینه، هوشمند عمل می‌کنند. در ادامه سازوکار الگوریتم‌های GA، PSO و GSA برای هدف طراحی و مقایسه عملکرد فیلترهای دیجیتال IIR به‌طور به‌اختصار آورده شده است.

#### - الگوریتم وراثتی

الگوریتم وراثتی [4] استاندارد یک روش جستجوی تصادفی است که با الهام از اصول انتخاب طبیعی و نظریه تکامل داروین طراحی شده است. این الگوریتم با یک جمعیت اولیه تصادفی از جواب‌های ممکن شروع می‌کند. این جمعیت در یک حلقه تکرارشونده به‌روزرسانی می‌شود. در ابتدای حلقه، اعضا با یک تابع هزینه ارزیابی و سپس عملگرهای اصلی الگوریتم شامل انتخاب، جهش و همبندی به‌ترتیب اجرا شده، جمعیت جدید تولید می‌شود. با تکرار این عملگرها، و به‌دلیل اثرات تکامل، اعضا جمعیت به‌مرور شایسته‌تر می‌شوند؛ یعنی توابع هزینه آنها مقادیر کمتری به خود می‌گیرند.

#### - الگوریتم بهینه‌سازی جمعیت ذرات

الگوریتم بهینه‌سازی جمعیت ذرات (PSO) [8] الهام گرفته‌شده از حرکت جمعی ذرات و رفتار اجتماعی پرندگان در جستجوی غذا است. PSO شامل یک جمعیت تصادفی از ذرات است که دارای موقعیت ( $x$ ) و سرعت ( $v$ ) هستند. موقعیت و سرعت هر ذره در هر تکرار به‌روزرسانی می‌شود. PSO با حافظه بوده و سرعت هر ذره با توجه به بهترین موقعیت خود ذره و نیز بهترین موقعیت کل جمعیت تعیین می‌شود. با توجه به این‌که ذرات به سمت نقاط با تابع هزینه کمتر سرعت می‌گیرند، بعد از چند تکرار مقادیر مطلوب‌تری به‌دست می‌آید.

#### - الگوریتم جستجوی گرانشی

در الگوریتم جستجوی گرانشی [7]، بهینه‌سازی به‌کمک طرح قوانین گرانشی و حرکت در یک سامانه مصنوعی یا زمان گسسته انجام می‌شود. عامل‌های جستجوکننده در GSA مجموعه‌ای از اجسام هستند. مقدار جرم هر جسم، با توجه به هزینه آن تعیین شده، سپس با محاسبه نیروهای

وارد بر اجسام، شتاب و سرعت هر کدام تعیین شده و موقعیت آنها به‌روز می‌شود. این فرایند به‌صورت تکرارشونده انجام می‌شود. اجسام با تابع هزینه کمتر جرم بزرگتری دارند و سنگین‌ترند. در نتیجه سایر اجسام را به سمت خود جذب و بعد از چند تکرار جواب‌های مطلوب‌تری به‌دست می‌آید. در پایان شبه کد مراحل عمده طراحی فیلترهای دیجیتال با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری یادشده و تابع هزینه پیشنهادی در جدول (۱) آورده شده است.

(جدول ۱): شبه کد طراحی فیلتر با الگوریتم‌های فرا ابتکاری  
(Table-1): The pseudo-code of designing digital filters by meta-heuristic algorithms.

<b>مرحله اول:</b> مقداردهی اولیه
در این مرحله اندازه جمعیت، مرتبه فیلتر (مقادیر $N, M$ ، پارامترهای کنترلی الگوریتم‌ها، مقادیر بیشینه و کمینه ضرایب و سایر پارامترهای دیگر مقداردهی اولیه شده و پاسخ فرکانسی یک فیلتر ایده‌آل همانند $H_d(f)$ داده خواهد شد.
<b>مرحله دوم:</b> تولید بردارهای تصادفی از ضرایب فیلتر با توجه به محدودیت‌های حاکم بر آن.
<b>مرحله سوم:</b> محاسبه مقدار کمینه تابع هزینه و به‌دست‌آوردن بهترین بردارهای جمعیتی.
<b>مرحله چهارم:</b> ذخیره و به‌روزرسانی بهترین مقادیری که تا به حال به‌دست آمده است.
<b>مرحله پنجم:</b> محاسبه دوباره تابع هزینه جهت به‌دست‌آوردن بردارهای جمعیتی مطلوب‌تر.
<b>مرحله ششم:</b> اگر شرط توقف برقرار شده باشد، الگوریتم متوقف می‌شود در غیر این صورت مراحل ۳ تا ۵ تکرار می‌گردد.

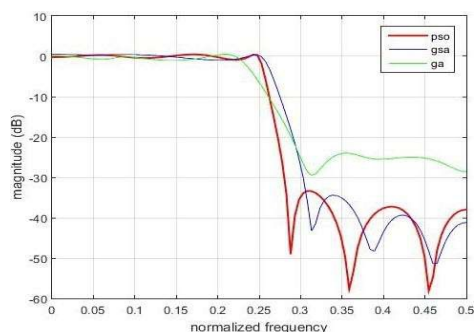
به‌طورمعمول شرط توقف الگوریتم‌ها دستیابی به میزان قابل قبولی از خطا یا رسیدن به بیشینه تعداد تکرارها تعریف می‌شود. در این پژوهش بیشینه تعداد تکرارها به‌عنوان شرط توقف در نظر گرفته شده است.

### ۴- نتایج آزمایش‌ها

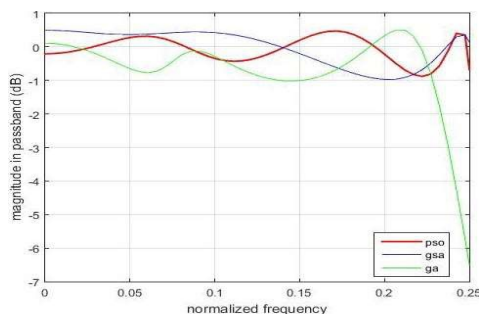
جهت ارزیابی کارایی تابع هزینه پیشنهادی و الگوریتم‌های بهینه‌سازی فراابتکاری در طراحی فیلتر ابتدا سعی می‌شود یک فیلتر دیجیتال پایین‌گذر نیم‌باند، کمینه فاز با فاز خطی در باند عبور، حاشیه پایداری خوب به همراه مشخصه‌های پاسخ زمانی مناسب (تأخیر کم) طراحی شود. اندازه پاسخ فرکانسی دلخواه فیلتر به‌صورت زیر است.

$$|H_d(f)| = \begin{cases} 1 & |f| \leq 0.25 \\ 0 & 0.25 < |f| < 0.5 \end{cases} \quad (16)$$





(الف)

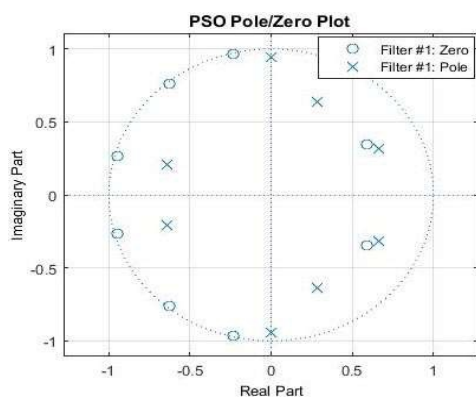


(ب)

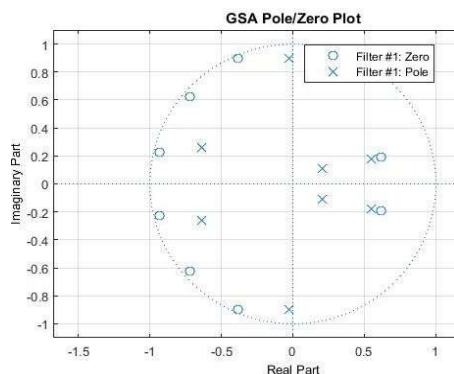
(شکل-۱): (الف) اندازه فیلتر پایین‌گذر مرتبه هشت طراحی شده با

PSO, GSA و GA (ب) بزرگنمایی شده آن در باند عبور.

(Figure-1): a) Magnitude of 8-th order designed low pass filters by PSO, GA, and GSA. b) Magnitude in passband.



(الف)



(ب)

در این طراحی تعداد نمونه‌های فرکانسی برابر با یکصد نمونه و به‌طور یکنواخت توزیع شده با فواصل یکسان در بازه  $[0, 0.5]$  در نظر گرفته شده‌اند. در این طراحی درجه صورت و مخرج تابع تبدیل فیلتر برابر با  $M = N = 9$  انتخاب شده‌اند. بنابراین هجده ضریب، توسط هر یک از الگوریتم‌های بهینه‌ساز جهت کمینه‌کردن تابع هزینه محاسبه شده و نتایج حاصله جهت مقایسه عملکرد آن‌ها آورده شده است. مقادیر پارامترهای کنترلی در نظر گرفته شده برای هر سه الگوریتم و تعداد تکرارها در جدول (۲) آمده است.

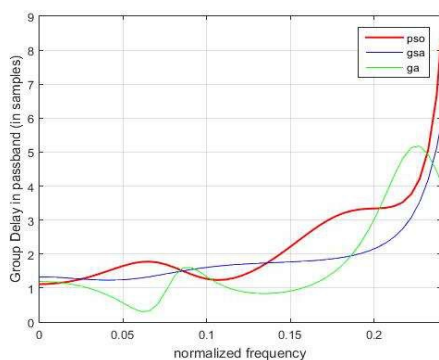
فرایند طراحی یکصدبار به‌طور مستقل تکرار شده و بهترین طراحی از بین یکصدبار تکرار گزارش شده است. شکل (۱-الف) نمودار اندازه فیلترهای طراحی شده را نمایش می‌دهد. میزان تغییرات اندازه در باند عبور در شکل (۱-ب) آورده شده است.

(جدول-۲): پارامترهای کنترلی برای هر سه الگوریتم

(Table-2): Control parameters of three used algorithms.

پارامترها	GA	PSO	GSA
اندازه جمعیت	200	200	200
تعداد تکرارها	100	100	100
نرخ همبندی	1	-	-
همبندی	تک نقطه	-	-
نرخ جهش	0.01	-	-
جهش	گوسی	-	-
انتخاب	رولت	-	-
$C_1$	-	2	-
$C_2$	-	1.2	-
$V_i^{min}$	-	0.01	-
$V_i^{max}$	-	1	-
$W_{max}$	-	0.7	-
$W_{min}$	-	0.4	-
$\alpha$	-	0.4	-
$G_0$	-	1000	-
$r_{norm}$	-	2	-
$r_{power}$	-	1	-
$\epsilon$	-	1e-4	-

با توجه به ضرایب به‌دست آمده، نقشه صفر و قطب هر کدام از فیلترها، برای نمایش پایداری و کمینه فازی سامانه‌های طراحی شده، در شکل (۲) به تصویر کشیده شده و بیشینه اندازه قطب‌ها، جهت تعیین حاشیه پایداری برای هر طراحی در جدول (۳) آورده شده است.



(ب)

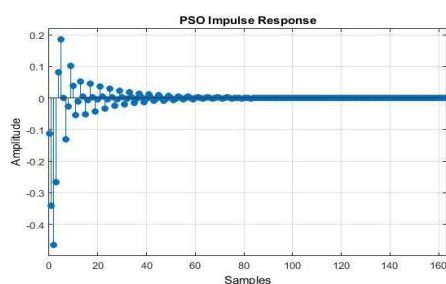
(شکل-۳): (الف) تأخیر گروهی فیلترهای طراحی شده و (ب) بزرگ‌نمایی شده آن‌ها در باند عبور.

(Figure-3): a) Group delay of designed filters and b) in pass band.

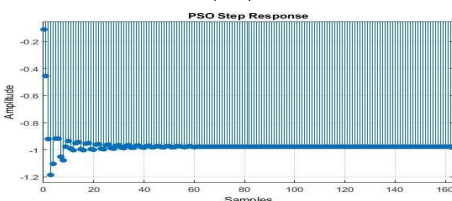
(جدول-۴): مشخصه‌های فیلترهای پایین‌گذر از مرتبه هشت طراحی شده با روش پیشنهادی

(Table-4): Specifications of 8-th order designed lowpass filter by proposed method.

الگوریتم	درجه	تضعیف در باند حذف (dB)	تأخیر گروهی در باند حذف		واریانس در باند عبور	میانگین در باند عبور
			کمینه	بیشینه		
PSO	0.07	34.87	87.00	0.06	0.327	1.796
GSA	0.16	34.40	51.88	0.07	0.065	1.567
GA	0.17	23.99	29.53	0.09	0.241	1.117



(الف)

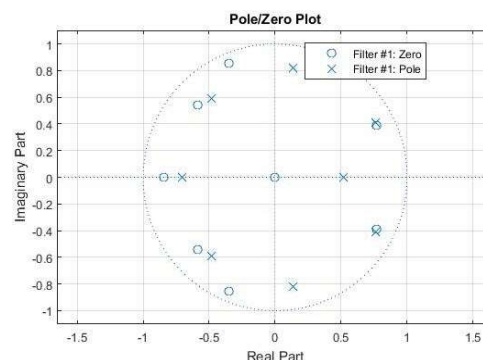


(ب)

(شکل-۴): (الف) پاسخ ضربه و (ب) پاسخ پله فیلتر پایین‌گذر

طراحی شده با PSO

(Figure-4): a) impulse and b) step response of designed filters by PSO.



(ج)

(شکل-۲): نقشه صفر و قطب فیلترهای پایین‌گذر طراحی شده با الگوریتم‌های (الف) PSO، (ب) GSA و (ج) GA.

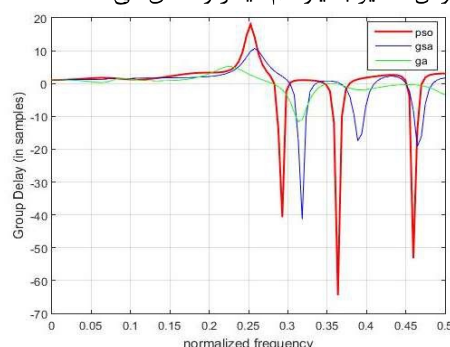
(Figure-2): Zero-pole plot of designed low pass filters a) PSO, b) GSA, and c) GA.

(جدول-۳): اندازه بزرگ‌ترین قطب و حاشیه پایداری

(Table-3): Radius of outermost pole and stability margin.

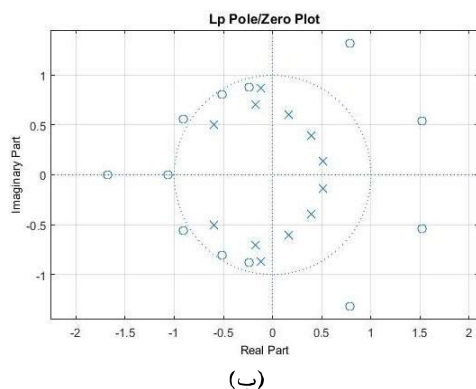
الگوریتم	GSA	GA	PSO
بیشینه اندازه قطب‌ها	0.9000	0.8660	0.8941

در شکل (۳) تأخیر گروهی فیلترهای طراحی شده و میانگین تأخیر گروهی برای هر فیلتر در باند عبور به همراه دیگر مشخصه‌ها در جدول (۴) گزارش شده است. میانگین تأخیر گروهی کم در باند عبور معیاری از تأخیر کم فیلتر و واریانس تأخیر گروهی کم در باند عبور معیاری از ثابت بودن تأخیر گروهی و در نتیجه اعوجاج فاز کم فیلتر است. یکی از گزینه‌های تحقق فیلتر با تأخیر گروهی ثابت فیلترهای متقارن و ضد متقارن FIR است. با استفاده از روش پارکر - مک کلان یک فیلتر FIR ضد متقارن با مشخصات اندازه فیلتر طراحی شده توسط PSO دارای مرتبه ۱۲۷ است که معادل ۶۳ نمونه تأخیر است، در حالی که فیلتر طراحی شده توسط PSO ۱/۷۹ نمونه تأخیر دارد. شکل (۴) نیز پاسخ ضربه و پله فیلتر طراحی شده با الگوریتم PSO را نمایش می‌دهد. پاسخ پله فیلتر به خوبی خواص زمانی خوب فیلتر به خصوص تأخیر بسیار کم فیلتر را نشان می‌دهد.



(الف)



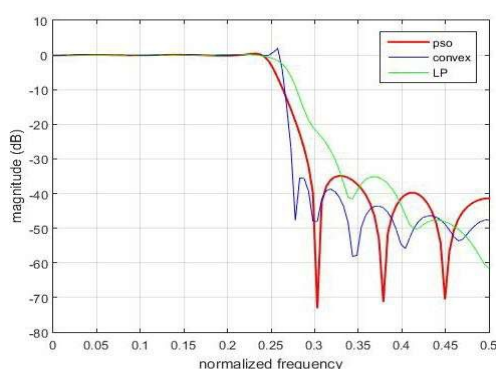


(شکل-۶): نمودار صفر و قطب فیلترهای غیر کمینه فاز

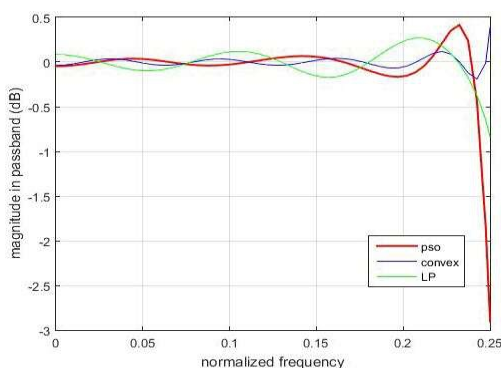
طراحی شده با روش‌های (الف) Convex و (ب) Lp.

(Figure-6): Zero-pole plot of non-minimum phase filters designed by a) convex and b) LP methods.

شکل (۷) پاسخ اندازه را برای هر سه روش نمایش می‌دهد. تأخیر گروهی هر سه الگوریتم نیز در شکل (۸) آورده شده است. همچنین در جدول (۵) مشخصه‌های مربوط به فیلترهای طراحی شده با هر سه روش گزارش شده است.



(الف)



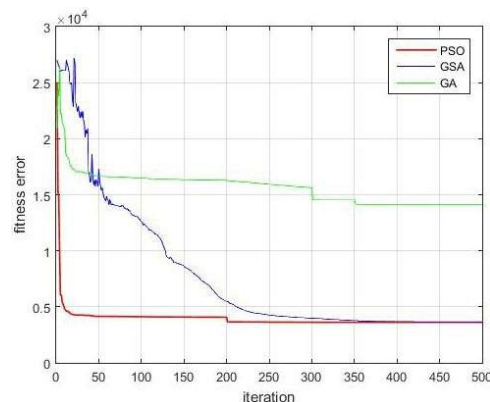
(ب)

(شکل-۷): پاسخ اندازه فیلتر پایین گذر طراحی شده با روش

بهینه‌سازی PSO و برنامه‌ریزی محدب و برنامه‌ریزی خطی.

(Figure-7): Magnitude of designed lowpass filters in passband by PSO, convex, and LP methods.

در ادامه برای مقایسه سرعت هم‌گرایی الگوریتم‌های فرا ابتکاری برای تابع هزینه پیشنهادی، در شکل (۵) مقادیر تابع هزینه برای پانصد تکرار نمایش داده شده است. همان‌گونه که مشخص است الگوریتم PSO سرعت هم‌گرایی بسیار بالایی به سمت جواب بهینه دارد.

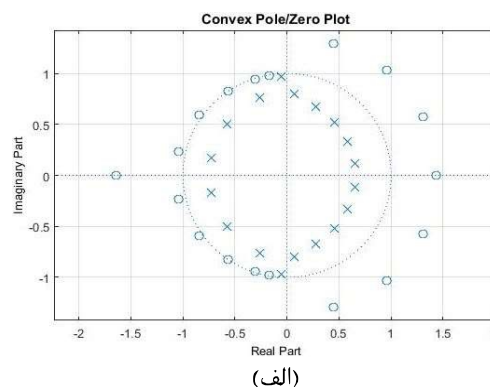


(شکل-۵): نمودار میزان خطای تابع هزینه بر حسب تعداد

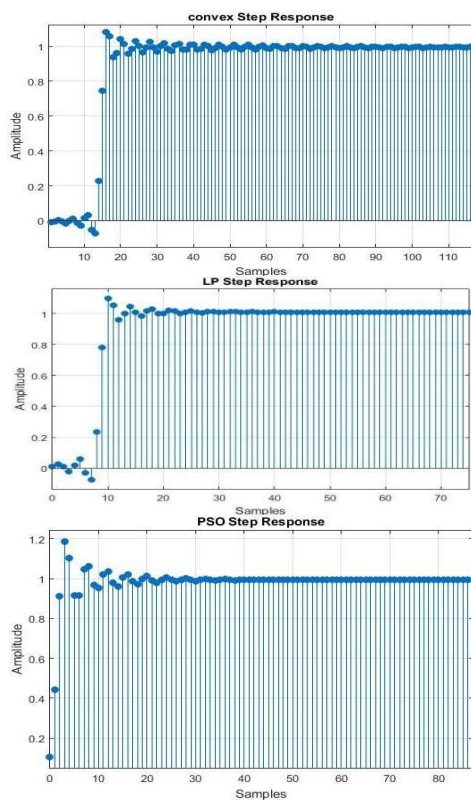
تکرارها برای سه الگوریتم PSO، GSA و GA.

(Figure-5): Error vs. iterations for algorithms PSO, GSA, and GA.

در ادامه این بخش، نتایج حاصل از طراحی‌های انجام گرفته، با دو روش برنامه‌ریزی خطی [15] و برنامه‌ریزی محدب [16] برای مقایسه و بررسی عملکرد روش پیشنهادی آورده شده است. با توجه به نتایج به دست آمده تاکنون، الگوریتم PSO در طراحی‌های آینده برای مقایسه انتخاب شده است. ضرایب فیلترهای پایین‌گذر طراحی شده با دو روش برنامه‌ریزی خطی و برنامه‌ریزی محدب از مراجع [15] و [16] گرفته شده است. فیلترهای طراحی شده با روش‌های برنامه‌ریزی محدب و برنامه‌ریزی خطی به ترتیب از مرتبه‌های ۱۴ و ۱۲ هستند. خاطرنشان می‌شود در این طراحی‌ها مطابق با نمودار صفر - قطب، کمینه فازی در نظر گرفته نشده است (شکل ۶).

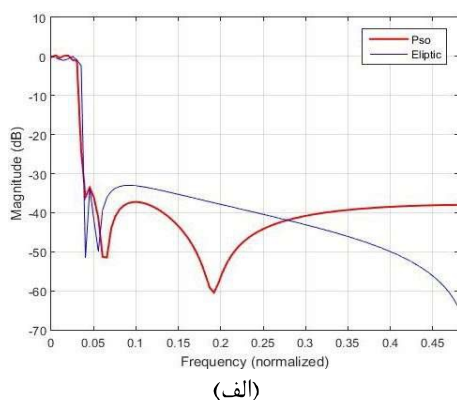


(الف)

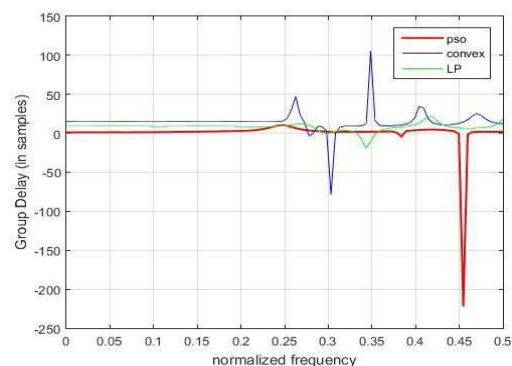


(شکل-۹): پاسخ پله فیلترهای Lp، Convex و PSO  
(Figure-9): Step response of designed filters by proposed, convex, and LP methods.

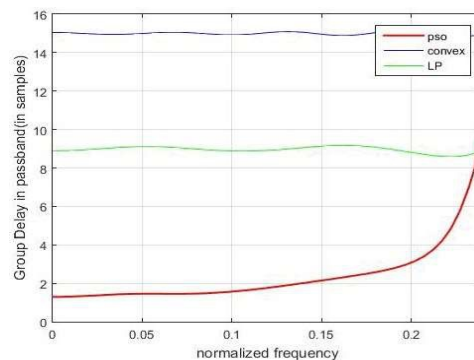
در این بخش جهت مقایسه عملکرد فیلترهای طراحی شده با روش پیشنهادی و طراحی مبتنی بر فیلترهای آنالوگ، حذف نوفه از سیگنال باند باریک  $x[n]$  با پهنای باند  $0.3/0$  انجام شده است. برای بازیابی سیگنال  $x[n]$  و حذف نوفه، از فیلترهای پایین‌گذر کمینه فاز با فرکانس قطع  $0.3/0$  با بهره‌گیری از الگوریتم PSO و فیلتر بیضوی طراحی شده با جعبه‌ابزار FDATool از نرم‌افزار متلب استفاده شده است. مرتبه فیلترهای طراحی شده هشت است. پاسخ اندازه و تأخیر گروهی فیلترهای طراحی شده در شکل (۱۰) آورده شده است.



(الف)



(الف)



(ب)

(شکل-۸): تأخیر گروهی فیلتر پایین‌گذر طراحی شده با PSO و برنامه‌ریزی محدب و برنامه‌ریزی خطی (شکل الف) و در باند عبور (شکل ب).

(Figure-8): a) Group delay of designed lowpass filters by PSO, convex, and LP methods and b) in passband.

برای مقایسه خصوصیات زمانی فیلترهای طراحی شده پاسخ پله مربوط به هرکدام در شکل (۹) نمایش داده شده است. همان‌گونه که مشخص است، پاسخ پله فیلتر طراحی شده با روش پیشنهادی نزدیک‌ترین پاسخ را به پله دارد.

(جدول-۵): مشخصه‌های فیلترهای پایین‌گذر طراحی شده با

روش پیشنهادی و برنامه‌ریزی محدب و برنامه‌ریزی خطی

(Table-5): Specifications of designed lowpass filter by proposed, convex, and LP methods.

الگوریتم	دامه ریلی	تأخیر	تضعیف باند حذف (db)		عرض باند انتقال	میانگین در grd باند عبور
			کمینه	بیشینه		
PSO	0.069		34.87	87.00	0.065	1.796
Convex	0.171		35.12	67.32	0.018	15.005
LP	0.049		35.09	61.48	0.108	9.012

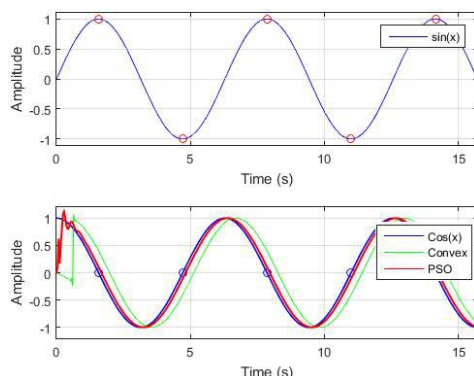
مهندسی رادار کاربرد دارد. برای مثال در رادارها سرعت و شتاب اهداف می‌تواند با محاسبه مشتق مختصات مکانی اندازه‌گیری شده، تعیین شود. پاسخ فرکانسی یک مشتق‌گیر ایده‌ال به صورت زیر است:

$$H_d(f) = j2\pi F_s f, \quad |f| \leq 0.5 \quad (17)$$

که  $F_s$  فرکانس نمونه‌برداری است. یکی از سختی‌های طراحی این فیلتر ناپیوستگی فاز فیلتر در فرکانس نرمالیزه ۰.۵ است. با اضافه کردن یک تأخیر نیم نمونه فاز فیلتر در این فرکانس پیوسته می‌شود. پاسخ فرکانسی بعد از تأخیر نیم نمونه به صورت زیر در می‌آید:

$$H_d(f) = j2\pi F_s f e^{-j.5(2\pi f)}, \quad |f| \leq 0.5 \quad (18)$$

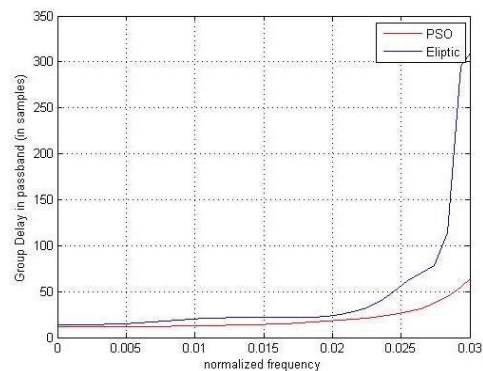
البته ناپیوستگی فاز در فرکانس نرمالیزه صفر باقی می‌ماند که به دلیل صفر بودن اندازه فیلتر اهمیتی ندارد. برای تقریب این فیلتر می‌توان از هر دو نوع فیلتر FIR و IIR بهره گرفت، اما به دلیل نیاز به مرتبه بالا در حالت FIR، ما از IIR برای تقریب آن استفاده می‌کنیم. درجه صورت و مخرج تابع تبدیل فیلتر یکسان و برابر با  $M = N = 9$  انتخاب شده‌اند. در ادامه با به کارگیری الگوریتم PSO با پارامترهای کنترلی یادشده شده (جدول ۲) ۱۸ ضرب فیلتر، با کمینه کردن تابع هزینه محاسبه شده است. میانگین تأخیر گروهی مشتق‌گیر طراحی شده با PSO و محدب به ترتیب برابر با ۵/۱۶۵۷ و ۱۶/۰۹۱۸ نمونه محاسبه شده است، بنابراین تأخیر خروجی مشتق‌گیر نسبت به ورودی آن با مشتق‌گیر طراحی شده با تابع هزینه پیشنهادی و الگوریتم PSO با توجه به شکل، مقدار بسیار کمتری است و این ویژگی کاربرد آن را در پردازش‌های همزمان ممکن می‌سازد.



(شکل-۱۲): سیگنال سینوس و مشتق آن با دو مشتق‌گیر

طراحی شده با PSO و برنامه‌ریزی محدب

(Figure-12): a sinusoidal signal and its derivative by filters designed with proposed and convex methods.



(ب)

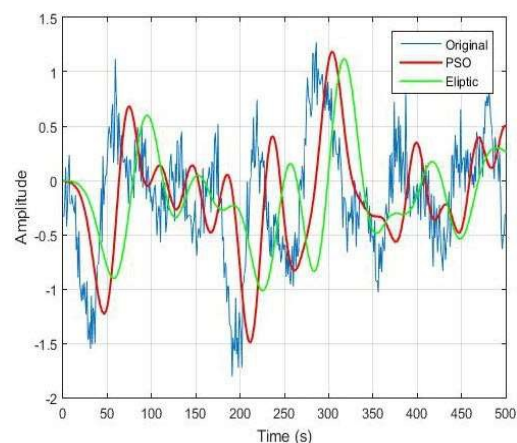
(شکل-۱۰): (الف) پاسخ اندازه (ب) تأخیر گروهی فیلترهای

طراحی شده با PSO و فیلتر بیضوی.

(Figure-10): a) Magnitude and b) Group delay of designed lowpass filter by proposed method and an elliptical filter.

مطابق با شکل (۱۰-ب) تأخیر گروهی فیلتر طراحی شده با PSO در باند عبور هموارتر بوده و همچنین میانگین تأخیر کمتری نیز دارد که این امر موجب کاهش تخریب فاز فیلتر و کاهش تأخیر آن می‌شود.

در ادامه شکل (۱۱) سیگنال نوفه‌ای  $x[n]$  و بازیابی شده آن را به وسیله دو فیلتر طراحی شده با الگوریتم PSO و روش بیضوی را جهت مقایسه نمایش می‌دهد. با توجه به شکل واضح است فیلتر کمینه فاز طراحی شده با PSO، سیگنال ورودی را با دقت بیشتر و تأخیر کمتری بازیابی کرده است.



(شکل-۱۱): سیگنال نوفه‌ای و بازیابی شده آن با فیلترهای

طراحی شده با الگوریتم‌های PSO و فیلتر بیضوی.

(Figure-11): a noisy signal and its enhanced by filter designed by Proposed method and an elliptical filter.

فیلتر مشتق‌گیر به طور گسترده در زمینه‌هایی از جمله پردازش سیگنال دیجیتال، سامانه‌های کنترل، و

implicit filtering algorithm applied to electromagnetic design optimization”, In *Soft Computing in Industrial Applications*, pp. 233-240. Springer, Berlin, Heidelberg, 2007.

- [3] S. Ahmad, Design of digital filters using genetic algorithms. PhD diss., 2008.
- [4] J. H. Holland, “Genetic algorithms and the optimal allocation of trials,” *SIAM Journal on Computing*, Vol. 2, no. 2, pp. 88-105, 1973.
- [5] S. Bernardino, Heder, and H. Barbosa, “Artificial immune systems for optimization”, *Nature-Inspired Algorithms for Optimisation*, pp. 389-411, 2009.
- [6] M. Dorigo, and C. Blum. “Ant colony optimization theory: A survey”, *Theoretical computer science*, Vol. 344, no. 2-3, pp. 243-278, 2005.
- [7] E. Rashedi, H. Nezamabadi-pour, and S. Saryazdi. “GSA: A gravitational search algorithm”, *Information sciences*, Vol. 179, No. 13, pp. 2232-2248, 2009.
- [8] J. Kennedy, R. Eberhart, “Particle swarm optimization,” *Neural Networks*, 1995.
- [9] S. Kockanat, and N. Karaboga, “The design approaches of two-dimensional digital filters based on metaheuristic optimization algorithms: a review of the literature ”, *Artificial Intelligence Review*, Vol. 44, No. 2, pp. 265-287, 2015.
- [10] A. Aggarwal, T. K. Rawat, and D. K. Upadhyay, “Design of optimal digital FIR filters using evolutionary and swarm optimization techniques”, *AEU-International Journal of Electronics and Communications*, Vol. 70, No. 4, pp. 373-385, 2016.
- [11] A. Gotmare, S. S. Bhattacharjee, R. Patidar, and N. V. George, “Swarm and evolutionary computing algorithms for system identification and filter design: a comprehensive review”, *Swarm and Evolutionary Computation*, Vol. 32, pp. 68-84, 2017.
- [12] M. Kumar and T. K. Rawat, “Optimal fractional delay-IIR filter design using cuckoo search algorithm”, *ISA transactions*, Vol. 59, pp. 39-54, 2015.
- [13] J. Dash, B. Dam, and R. Swain, “Optimal design of linear phase multi-band stop filters using improved cuckoo search particle swarm optimization”, *Applied Soft Computing*, Vol. 52, pp. 435-445, 2017.
- [14] D. Bose, S. Biswas, A. V. Vasilakos, , and S. Laha, “Optimal filter design using an improved artificial bee colony algo-

جهت نشان دادن تأخیر مشتق گیرهای طراحی شده با روش PSO و روش برنامه ریزی محدب، یک سیگنال سینوس به دو فیلتر اعمال شده و مشتق آن که سیگنالی کسینوس است در شکل (۱۲) برای هر دو فیلتر نمایش داده شده است. همان گونه که مشخص است، مشتق گیر طراحی شده توسط روش پیشنهادی، مشتق سیگنال را با پاسخ گذرای کوتاه تر و تأخیر کمتر محاسبه می کند.

## ۵- نتیجه گیری

در این مقاله یک تابع هزینه جامع برای طراحی فیلترهای دیجیتال IIR با مشخصات زمانی و فرکانسی خوب ارائه شد. عبارت های این تابع هزینه شامل اختلاف بین پاسخ فرکانسی فیلتر طراحی شده و فیلتر دلخواه، تأخیر گروهی ثابت در باند عبور فیلترهای فرکانس گرین، کمینه فازبودن، حاشیه پایداری زیاد و تأخیر کم فیلتر است. جهت طراحی فیلتر با تأخیر کم عبارت انرژی جزئی وزن دار پیشنهاد شد. کمینه کردن این عبارت منجر به نزدیک شدن پاسخ ضربه فیلتر به ضربه و در نتیجه زمان رسیدن به پاسخ ماندگار فیلتر را کم و تأخیر زمانی بین ورودی و خروجی را کاهش می دهد. جهت کمینه سازی تابع هزینه پیشنهادی از الگوریتم های بهینه سازی فرا ابتکاری PSO، GSA و GA استفاده شد که توان خود را برای مدیریت این تابع هزینه پیچیده، نشان دادند. کارایی روش پیشنهادی با مثال ها و شبیه سازی های مختلف اعتبارسنجی شده و عملکرد فیلترهای طراحی شده با تعدادی از روش های رایج مقایسه شد. به عنوان نمونه، تأخیر گروهی، دامنه ریپل باند عبور، عرض باند انتقال و تضعیف طراحی های صورت گرفته با روش های رایج کلاسیک، نظیر برنامه ریزی خطی و محدب و همچنین فیلتر بیضوی مقایسه شد. یکی از اهداف اصلی این مقاله رسیدن به فیلترهای با تأخیر کم بود که توانستیم به یک فیلتر پایین گذر نیم باند با تأخیر ۱/۷۹ نمونه برسیم که برای کاربردهای هم زمان مناسب است.

## 6- References

## ۶- مراجع

- [1] G. Bernard, T. G. Stockham, A. V. Oppenheim and C. M. Rader. Digital processing of signals. 1969.
- [2] D. S. Coelho, L. and V. Cocco Mariani. “Combining of differential evolution and

rithm", Information Sciences, Vol. 281, pp. 443-461, 2014.

- [15] A. Chottera and G. Jullien, "A linear programming approach to recursive digital filter design with linear phase", *IEEE transactions on circuits and systems*, Vol. 29, no. 3, pp. 139-149, 1982.
- [16] A. Jiang. IIR digital filter design using convex optimization, PhD diss., 2010.



**مهدی کماندار** مدرک کارشناسی خود را

در مهندسی برق الکترونیک از دانشگاه

شهید باهنر کرمان، کارشناسی ارشد در

مهندسی مخابرات سیستم از دانشگاه

فردوسی مشهد و دکترای خود را در

مهندسی مخابرات سیستم از دانشگاه تربیت مدرس اخذ کرده‌اند. ایشان هم‌اکنون استادیار دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته کرمان هستند. زمینه‌های پژوهشی وی پردازش سیگنال دیجیتال و بازشناسی آماری الگو است.

نشانی رایانامه ایشان عبارت است از:

**m.kamandar@kgut.ac.ir**



**یاسر مقصودی** مدرک کارشناسی خود را

در مهندسی برق الکترونیک از دانشگاه

ارومیه و کارشناسی ارشد در مهندسی

مخابرات سیستم از دانشگاه تحصیلات

تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته کرمان

اخذ کرده‌اند.

نشانی رایانامه ایشان عبارت است از:

**yaser.maghsoudi69@gmail.com**

