# ارائهٔ الگوریتم جست‌وجوی گرانشی مقید و حل مسأله مسیریابی وسایل نقلیه

**سپهر ابراهیمی مود[1]، محمد مسعود جاویدی* [2] و محمدرضا خسروی [3]**

[1] بخش علوم کامپیوتر، دانشکده ریاضی، دانشگاه یزد، یزد، ایران

[2] بخش علوم کامپیوتر، دانشکده ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهیدباهنر، کرمان، ایران

[3] پژوهشکده آماد، دانشگاه عالی دفاع ملی و تحقیقات راهبردی، تهران، ایران

## چکیده

**امروزه مسأله مسیریابی وسایل نقلیه، یکی از موضوعات پرکاربرد در موضوعات صنعتی، نظامی و حتی امنیتی است و برای افزایش کارایی و بهره‌وری سامانه‌های حمل و نقل تعریف شده است. مسأله مسیریابی وسیله نقلیه با شرایط برداشت و تحویل هم‌زمان محموله از جمله این مسائل است. این مسأله از نظر پیچیدگی محاسباتی در مجموعه مسائل سخت (NP-hard) قرار می‌گیرد؛ بنابراین محاسبه بهترین پاسخ برای این مسأله، در زمان محاسباتی نمایی انجام خواهد شد و در مسائل اجرایی قابل استفاده نخواهد بود. استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری یکی از روش‌هایی است که به‌وسیله آنها می‌توان جواب‌هایی مناسب و در زمان محاسباتی قابل قبول به‌دست آورد. در روش‌های موجود، قیود موجود در مسأله، با استفاده از روش جریمه به تابع هدف مسأله اضافه شده و مسأله بهینه‌سازی تک‌هدفه تعریف می‌شود. ضمن این‌که تعداد بهینه وسایل نقلیه مورد نیاز برای حل مسأله در نظر گرفته نمی‌شود. در این مقاله، الگوریتم جست‌وجوی گرانشی بهبودیافته برای حل مسائل مقید معرفی شده است. همچنین به‌منظور کنترل قابلیت‌های الگوریتم نظیر کاوش و بهره‌وری از یک کنترلر فازی برای تعیین پارامترهای موجود در الگوریتم استفاده شده، سپس، با استفاده از این الگوریتم، روشی برای حل مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با شرایط برداشت و تحویل هم‌زمان ارائه شده است. با استفاده از این روش، علاوه‌بر محاسبه مسیرهای مناسب برای انجام خدمات، تعداد بهینه وسایل نقلیه برای فرآیند خدماتی نیز تعیین می‌شود. برای ارزیابی کارایی روش پیشنهادی در این مقاله، روش پیشنهادی شبیه‌سازی شده و روی مجموعه‌دادهٔ استانداردی که برای این دسته از مسائل تعریف شده، اجرا شده است. نتایج تجربی و شبیه‌سازی نشان می‌دهد که این روش، با وجود سادگی در روش پیاده‌سازی و اجرا، دارای کارایی بهتری نسبت به الگوریتم‌ها و روش‌های بررسی شده است.**

**واژگان کلیدی: مسیریابی وسایل نقلیه، برداشت و تحویل هم‌زمان، الگوریتم‌های فراابتکاری، الگوریتم جست‌وجوی گرانشی مقید.**

# Proposing a Constrained-GSA for the Vehicle Routing Problem

**Sepehr Ebrahimi Mood[1], Mohammad Masoud Javidi[2*] & Mohammad Reza Khosravi[3]**

**[1] Department of Computer Science, Yazd University, Yazd, Iran**

**[2] Department of Computer Science, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran**

**[3] Institute of Logistics for Defense Technology and Passive Defense, University of National Defense and Strategic Research, Tehran, Iran**

## Abstract

**In the past decades, vehicle routing problem (VRP) has gained considerable attention for its applications in industry, military, and transportation applications. Vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery is an extension of the VRP. This problem is an NP-hard problem; hence finding the best solution for this problem which is using exact method, take inappropriate time, and these methods are not useful in real-world applications. Using meta-heuristic algorithms for calculating and computing the solutions for NP-hard problems is a common method to contrast this challenge.**

* نویسندهٔ عهده‌دار مکاتبات

* Corresponding author

● تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۸/۰۲/۱۴ ● تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۵/۲۸ ● تاریخ انتشار: ۱۴۰۰/۱۲/۲۹ ● نوع مطالعه: پژوهشی

سال ۱۴۰۰ شمارهٔ ۴ پیاپی ۵۰

**The objective function defined for this problem, is a constrained objective function. In previous algorithms, the penalty method was used as constraint handling technique to define the objective function. Determining the value of parameters and penalty coefficient is not easy in these methods. Moreover, the optimal number of vehicles was not considered in the previous algorithms. So, the user should guess number of vehicles and compare the result with other values for this variable.**

**In this paper, a novel objective function is defined to solve the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. This method can find the vehicle routes such that increases the performance of the vehicles and decreases the processes' costs of transportation. in addition, the optimal number of vehicle in this problem can be calculated using this objective function. Finding the best solution for this optimization problems is an NP-hard and meta-heuristic methods can be used to estimate good solutions for this problem.**

**Then, a constrained version of gravitational search algorithm is proposed. In this method, a fuzzy logic controller is used to calculate the value of the parameters and control the abilities of the algorithm, automatically. Using this controller can balance the exploration and exploitation abilities in the gravitational search algorithm and improve the performance of the algorithm. This new version of gravitational search algorithm is used to find a good solution for the predefined objective function. The proposed method is evaluated on some standard benchmark test functions and problems. The experimental results show that the proposed method outperforms the state-of-the-art methods, despite the simplicity of implementation.**

**Keywords: Vehicle Routing Problem, Meta-heuristic algorithms, Constrained Gravitational Search Algorithm.**

## ۱- مقدمه

مسیریابی وسیله نقلیه[1] یک نام کلی برای دسته‌ای از مسائل است که در آن‌ها یک ایستگاه[2] در موقعیتی مشخص شامل تعدادی وسیله نقلیه است. همچنین تعدادی کاربر[3] در محیط مسأله تعریف شده است که وسایل نقلیه وظیفه خدمت رسانی به کاربرها را دارند. در بسیاری از این مسائل، این خدمت رسانی شامل جابه‌جایی و رساندن محموله، از ایستگاه ابتدایی به کاربران است. هر وسیله نقلیه قابلیت جابه‌جایی و انتقال تعدادی محموله جهت انجام خدمت‌رسانی به یک یا چند کاربر را دارد. هدف از حل این مسأله یافتن مسیرهایی برای هر کدام از این وسایل نقلیه است، به‌طوری‌که در کم‌ترین زمان و با کم‌ترین هزینه ممکن، بیشترین خدمات به‌وسیلهٔ وسایل نقلیه انجام شود. در عین حال محدودیت‌ها و شرایطی که در مسأله وجود دارد رعایت شود.

مسأله مسیریابی وسایل نقلیه به‌صورت دقیق در [1] توسط کریستفیدز تعریف شده است. در این مقاله، مسأله شامل یک ایستگاه مشخص و ثابت، مجموعه وسایل نقلیه ثابت و یکسان، و مجموعه مشخصی کاربر که در انتظار دریافت محموله از ایستگاه هستند و در محیطی مشخص و از پیش تعریف شده قرار گرفته‌اند، است. اما با توجه به وضعیت‌های مختلف موجود در کاربردهای واقعی، می‌توان شرایط مختلف و قیود متفاوتی را برای این مسأله در نظر گرفت. توث و ویگو در [2]، به‌صورت دقیق مسأله استاندارد مسیریابی وسایل نقلیه و همچنین انواع مختلف این مسأله با شرایط و قیود مختلف در کاربردهای واقعی را بررسی کرده‌اند. مسأله مسیریابی وسایل نقلیه از نظر پیچیدگی محاسبات از دسته مسائل NP-hard محسوب می‌شود [3]؛ بنابراین حل این مسأله و یافتن بهترین جواب برای این مسأله با استفاده از روش‌های برنامه‌ریزی خطی و مدل‌های تئوری درعمل زمان‌بر و غیرقابل استفاده است و و در مسائل دنیای واقعی قابل استفاده نیست.

پژوهش‌گران برای یافتن جواب در مسائلی که روش‌های دقیق بسیار زمان‌بر هستند و درعمل یافتن جواب دقیق برای مسأله را در زمان معقول غیرممکن می‌سازد، با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری[4] تخمین مناسبی برای جواب‌ها پیدا می‌کنند. استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی برای حل مسأله مسیریابی وسایل نقلیه نیز بسیار رایج است و پژوهش‌گران برای حل این مسأله از روش‌های فراابتکاری استفاده کرده‌اند.

الگوریتم جست‌وجوی گرانشی[5] یکی از الگوریتم‌های نوین فراابتکاری است که از قوانین جاذبه و حرکت نیوتون الهام گرفته شده است. الگوریتم جست‌وجوی گرانشی که توسط راشدی در سال ۲۰۰۹ تعریف و ارائه شده است [4, 5] شامل تعدادی عامل است که در محیط جواب‌های مسأله پراکنده شدند. هر عامل، یک جواب شدنی برای مسأله است. عوامل دارای وزنی هستند، که کیفیت جواب را نشان می‌دهد. عامل‌ها با

[1] Vehicle Routing Problem (VRP)
[2] depot
[3] customer
[4] Meta-heuristic algorithms
[5] Gravitational Search Algorithm (GSA)

جواب‌های بهتر، سنگین‌تر از عواملی هستند که جواب ضعیف‌تری را نشان می‌دهند. با توجه به قانون گرانش نیوتون، عوامل متناسب با جرم خود، به همدیگر نیرو وارد می‌کنند و قانون حرکت نیوتون نیز بیان می‌کند که این نیرو باعث ایجاد حرکت در عوامل می‌شود. عوامل سبک‌تر به سمت عوامل سنگین‌تر که نشان‌دهنده جواب‌های بهتر هستند، حرکت می‌کنند. الگوریتم جست‌وجوی گرانشی یکی از پرکاربردترین الگوریتم‌های فراابتکاری است و در بسیار از مسائل کاربردی و واقعی نظیر شبکه حس‌گر بی‌سیم [6]، شبکه‌های عصبی [7]، پزشکی [8, 9] و پردازش تصویر [10] استفاده شده است. این الگوریتم ویژگی‌ها و قابلیت‌های مختلفی دارد، که با توجه به کاربردهای مختلف از آن‌ها استفاده می‌شود.

پژوهش‌های زیادی برای بهبود عملکرد الگوریتم جست‌وجوی گرانشی انجام شده است. در مقاله [11]، توابع جدیدی برای محاسبه وزن عامل‌ها در الگوریتم جست‌وجوی گرانشی ارائه شده است تا به‌کمک آن‌ها قابلیت‌های کاوش و بهره‌وری الگوریتم، با توجه به روند پیشرفت محاسبات الگوریتم کنترل شود. در این مقاله از توابع جدیدی برای محاسبه جرم عوامل با استفاده از توابع مقیاس‌ساز سیگما[1] و تابع بولتزمن[2] استفاده شده و نتایج شبیه‌سازی نشان‌دهنده بهبود عملکرد این الگوریتم در مقایسه با الگوریتم جست‌وجوی گرانشی است. در [12] عملگرد جدیدی تحت عنوان جهش[3] به الگوریتم جست‌وجوی گرانشی اضافه شده است. این عمل‌گر باعث فرار از بهینه محلی در مسائلی که به‌صورت چندمدی[4] هستند، می‌شود. پارامترهای موجود در این روش با استفاده از یک کنترلر فازی تعیین می‌شود، بنابراین به‌طورکامل مستقل از اطلاعات کاربر و با توجه به فرآیند محاسباتی الگوریتم، از هم‌گرایی زودرس الگوریتم در بهینه محلی[5] جلوگیری می‌کند. همچنین در [13]، مدل جدیدی از این الگوریتم با نام الگوریتم جست‌وجوی گرانشی کوانتومی تعریف شده که سرعت هم‌گرایی بسیار بالایی دارد؛ علاوه براین در [14] عمل‌گر سیاه‌چاله[6] الهام‌گرفته از علم ستاره‌شناسی و نجوم به فرآیند محاسباتی این الگوریتم اضافه شده است. این عملگر باعث بهبود قابلیت بهره‌وری الگوریتم می‌شود. همچنین در [15] از ایده خوشه‌بندی در الگوریتم جست‌وجوی گرانشی استفاده شده است، که نتیجه آن، کاهش میزان محاسبات مورد نیاز برای یافتن بهترین پاسخ مسأله است. بنابراین این الگوریتم می‌تواند در زمانی کوتاه، جواب‌های مناسب برای مسأله پیدا کند. برخی از پژوهش‌ها و ایده‌های مطرح‌شده برای بهبود عملکرد الگوریتم جست‌وجوی گرانشی در [16] گردآوری شده است.

در این مقاله، ابتدا الگوریتم جست‌وجوی گرانشی جدید برای مسائل مقید ارائه شده است. در این الگوریتم از روش رتبه‌بندی مقید چندگانه[7]، برای محاسبات روی قیود با دامنه تعریف متفاوت استفاده شده است؛ سپس این روش بررسی قیود[8] در تعریف الگوریتم جست‌وجوی گرانشی مقید به کار رفته است؛ علاوه براین از یک کنترلر فازی برای تعیین مقدار پارامترهای الگوریتم در زمان‌های مختلف اجرای الگوریتم استفاده شده است. قابلیت‌های کاوش و بهره‌وری الگوریتم[9] به‌وسیلهٔ این روش در زمان‌های مختلف اجرای برنامه کنترل می‌شود؛ سپس از این الگوریتم برای حل مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با شرایط برداشت و تحویل هم‌زمان محموله استفاده شده است. ابتدا مسأله مفروض را با توجه به شرایط و حالات مختلفی که امکان رخدادن آن در فضای واقعی ممکن است، تعریف شده و به‌صورت برنامه‌ریزی خطی فرموله شده، سپس از الگوریتم جست‌وجوی گرانشی مقید برای یافتن جواب مناسب برای این مسأله استفاده شده است. همچنین، با استفاده از این الگوریتم، تعداد بهینه وسایل نقلیه برای انجام فرآیندهای خدماتی مربوط به کاربران نیاز است، به‌دست خواهد آمد.

در ادامه این مقاله، بخش‌های مختلف آن بدین‌صورت سازماندهی شده است. بخش دوم پژوهش‌های پیشین در مورد مسأله را بررسی کرده است. در بخش سوم، تعاریف مقدماتی مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با شرایط ارسال و دریافت هم‌زمان محموله بیان شده است. این مسأله و تمام شرایط و قیود مربوطه تعریف و به‌صورت

[1] Sigma scaling
[2] Boltzmann
[3] mutation
[4] Multi-modal
[5] Local optimum
[6] Black-hole

[7] Multiple Constraint Ranking (MCR)
[8] Constraint Handling Technique (CHT)
[9] Exploration and Exploitation

مدل ریاضی، با استفاده از برنامه‌ریزی خطی فرموله شده‌اند. در بخش ۴، تعاریف و مباحث مربوط به الگوریتم جست‌وجوی گرانشی مقید که در این مقاله برای حل مسأله از آن استفاده شده است، به‌صورت دقیق شرح داده شده است. در ادامه و در بخش پنجم، جزئیات مربوط به شبیه‌سازی این الگوریتم روی مجموعه‌داده‌های استاندارد مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین نتایج تجربی حاصل از اجرای این الگوریتم و سایر الگوریتم‌های معتبر مورد تحلیل و بحث قرار گرفته‌اند. درنهایت بخش ششم این مقاله شامل نتیجه‌گیری در مورد روش پیشنهادی این مقاله و آنالیز نتایج به‌دست‌آمده از آن است.

## ۲- پیشینهٔ پژوهش

در این بخش، الگوریتم‌های پیشین که برای حل مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با شرایط برداشت و تحویل هم‌زمان ارائه شده‌اند، مورد بررسی قرار گرفته است.

جین و همکاران در [3] با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی جمعیت ذرات[1] روش جدیدی برای حل حالت خاصی از مسأله مسیریابی وسایل نقلیه، به نام مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با شرایط برداشت و تحویل هم‌زمان[2] محموله ارائه کردند. در این مقاله، ابتدا اهداف و شرایط موجود در مسأله بصورت تابع بهینه‌سازی تعریف شده است. سپس، الگوریتم بهینه‌سازی جمعیت ذرات با توجه به شرایط موجود در تعریف مسأله، بهبود یافته و این الگوریتم برای یافتن مسیرهایی که در آن‌ها وسایل نقیله علاوه‌بر ارسال محموله به کاربران، از آنها اشیا و محموله‌ای را دریافت می‌کنند و به ایستگاه اولیه باز می‌گردانند، استفاده می‌شود. در این مقاله، تعداد بهینه وسایل نقلیه مورد نیاز در حل مسئله در نظر گرفته نشده است. همچنین از روش جریمه برای تبدیل مسأله بهینه‌سازی مقید به یک مسأله بدون قید استفاده شده است.

همچنین جانتینگ در [17] با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی جمعیت ذرات بهبودیافته، راه حلی برای مسأله مسیریابی وسایل نقلیه تعریف کرده است. او در این مقاله، برای بهبود عملکرد الگوریتم بهینه‌سازی جمعیت ذرات، عمل‌گرهای خودیادگیر به این الگوریتم اضافه کرده و سپس از این الگوریتم بهبودیافته برای یافتن بهترین جواب‌های مسأله استفاده شده است. در این الگوریتم هم تعداد بهینه وسایل نقلیه مورد نیاز برای حل مسأله در نظر گرفته نشده است.

یااو در [18] الگوریتمی برای حل نوع خاصی از مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با مجموعه‌ای از ایستگاه‌ها با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری بهبودیافته ارائه داده است. در مسأله تعریف‌شده در این مقاله، مجموعه‌ایستگاه‌ها از یک تولیدکننده محموله را دریافت می‌کنند و سپس با استفاده از وسایل نقلیه، این محموله‌ها را به کاربران موجود در فضای تعریف‌شده، می‌رسانند. این الگوریتم برای حالت کلی مسئله مسیریابی وسایل نقلیه با شرایط برداشت و تحویل هم‌زمان تعریف نشده است و تنها شرایط خاصی از مسأله را در نظر گرفته و کارایی بالایی در این شرایط دارد.

نویسندگان در [19] مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با شرایط برداشت و تحویل هم‌زمان را برای وسایل نقلیه با ویژگی‌های متفاوت در نظر گرفته‌اند. در این مقاله از الگوریتم جست‌وجوی تابو برای حل مسأله استفاده شده است. همچنین پارامترهای موجود در مسأله نیز به‌صورت خودکار تنظیم می‌شود که باعث سادگی در پیاده‌سازی این روش شده است. در این روش هم تعداد بهینه وسایل نقلیه برای حل مسأله در نظر گرفته نشده است. همچنین الگوریتم تکاملی ارائه‌شده در این مقاله برای مسائل پیچیده که تابع هدف آن به‌صورت چندمدی خواهد بود، کارایی مناسبی نخواهد داشت.

در [20]، الگوریتم‌های فراابتکاری و تأثیر این الگوریتم‌ها در حل مسأله مسیریابی وسایل نقلیه به‌صورت دقیق بررسی و نتایج آن‌ها با هم مقایسه شده‌اند.

## ۳- مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با شرایط برداشت و تحویل هم‌زمان

مدل دقیق مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با شرایط برداشت و تحویل هم‌زمان به‌صورت زیر تعریف می‌شود [3]. $G = (V, A)$ تعریفی برای یک گراف است که در آن $V = \{v_0, v_1, \dots, v_n\}$ مجموعه رئوس گراف و $A = \{(v_i, v_j) | v_i, v_j \in V, i \neq j\}$ مجموعه‌یال‌های گراف در نظر گرفته می‌شود. متناظر با هر یک از اعضای مجموعه‌یال‌های $A$، یک ماتریس فاصله $(d_{ij})$ و یک ماتریس زمان سفر $(t_{ij})$ تعریف می‌شود. رأس $v_0$ بیان‌گر مکان ایستگاه در فضای مسأله است که در آن $m$ وسیله نقلیه متناظر استقرار دارند. سایر رئوس گراف متناظر با $n$ کاربر موجود در مسأله هستند. هر کدام از این کاربرها

[1] Particle Swarm Optimization (PSO)
[2] Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery (VPRSPD)

محموله‌ای با مقدار $p_i$ واحد برای برداشت و محموله‌ای با $q_i$ واحد برای تحویل و همچنین $s_i$ واحد زمانی برای پردازش و انجام سرویس در اختیار دارد. هر کدام از وسایل نقلیه دارای یک هزینه ثابت $f$، یک هزینه متغیر $g$ برای هر واحد مسافت، ظرفیت $Q$ و محدودیت زمانی خدمات سرویس $D$ است. پاسخ مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با شرایط برداشت و تحویل هم‌زمان محموله شامل یافتن بیشینه $m$ مسیر مختلف است به‌طوری‌که شرایط زیر در آن صدق کند:

- پایان و شروع هر مسیر، ایستگاه $v_0$ باشد؛
- هر کاربر به‌طوردقیق یک بار و به‌وسیلهٔ به‌طوردقیق یک وسیله نقلیه ملاقات می‌شود.
- میزان محموله‌ای که به هر وسیلهٔ نقلیه تخصیص داده شده، از ظرفیت در نظر گرفته‌شده برای آن وسیله نقلیه تجاوز نکند؛
- مجموع طول بازه زمانی سرویس خدمات، از محدودیت تعریف‌شده برای هر وسیله نقلیه تجاوز نکند.
- مجموع هزینه مربوط به خدمات و مسیرها کمینه شود.

فرمول‌بندی ریاضی مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با شرایط برداشت و تحویل هم‌زمان که از نوع مسائل جریان در شبکه[1] است، با توجه به تعاریف و شرایط بیان‌شده در بالا و با استفاده از برنامه‌ریزی خطی در ادامه ارائه شده است. متغیرهای تصمیم‌گیری موجود در این مسأله به شرح زیر است:

$x_{ijk}$ : متغیر دودویی برای مشخص‌کردن تردد وسیله نقلیه $k$ام در مسیری از رأس $i$ به راس $j$. اگر وسیله نقلیه یادشده در این مسیر باشد، مقدار این متغیر یک، در این‌صورت صفر خواهد بود.

$y_{ijk}$ : مقدار محموله موجود در وسیله نقلیه $k$ ام، در مسیر بین رئوس $i$ و $j$.

$\delta_{ik}$ : زمان شروع خدمات سرویس مشتری $i$ام توسط وسیله نقلیه $k$ام.

با توجه به تعاریف بالا برای متغیرهای تصمیم‌گیری، تابع هدف[2] مناسب برای این مسأله به همراه تمام قیود موجود به‌صورت زیر تعریف می‌شود [3].

(۱)
$$\min Z = f\sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{0jk} + g\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=1}^{n+1}\sum_{k=1}^{m} d_{ij}x_{ijk}$$

پاسخ مناسب برای این مسأله، جوابی است که تابع بالا را کمینه کرده و همچنین شرایط و قیود زیر در آن صدق کند:

(۲)
$$\sum_{i=0}^{n}\sum_{k=1}^{m} x_{ijk} = 1, \quad for\ 1 \le j \le n$$

(۳)
$$\sum_{j=0}^{n} x_{jik} = \sum_{j=1}^{n+1} x_{ijk}, \ for\ 1 \le i \le n, 1 \le k \le m$$

(۴)
$$\sum_{j=1}^{n} x_{0jk} \le 1, \quad for\ 1 \le k \le m$$

(۵)
$$\delta_{ik} + s_i + t_{ij} - \delta_{jk} \le (1 - x_{ijk})M, \quad for\ 0 \le i \le n, 1 \le j \le n+1, 1 \le k \le m$$

(۶)
$$\delta_{n+1,k} - \delta_{0,k} \le D, \quad for\ 1 \le k \le m$$

(۷)
$$y_{ijk} \le x_{ijk}Q, \quad for\ 0 \le i \le n, 1 \le j \le n+1, 1 \le k \le m$$

(۸)
$$\sum_{j=1}^{n} y_{0jk} = \sum_{j=1}^{n} q_j \sum_{i=0}^{n} x_{ijk}, \quad for\ 1 \le k \le m$$

(۹)
$$\sum_{i=0}^{n} y_{ijk} + (p_j - q_j)\sum_{i=0}^{n} x_{ijk} = \sum_{j=1}^{n+1} y_{jik}, \quad for\ 1 \le j \le n, 1 \le k \le m$$

(۱۰)
$$x_{ijk} \in \{0,1\}, \quad for\ 0 \le i \le n, 1 \le j \le n+1, 1 \le k \le m$$

(۱۱)
$$y_{ijk} \ge 0, \quad for\ 0 \le i \le n, 1 \le j \le n+1, 1 \le k \le m$$

(۱۲)
$$\delta_{ik} \ge 0, \quad for\ 0 \le i \le n+1, 1 \le k \le m$$

تابع هدف (۱) نشان می‌دهد که مدل بالا با هدف کمینه‌کردن هزینه وسایل نقلیه در مسیرها با توجه به هزینه‌های ثابت و متغیر از پیش تعیین‌شده، تعریف شده است. روابط و فرمول‌های (۲) تا (۱۲) قیود و شرایط مسأله را تعیین می‌کند. قید دوم بررسی می‌کند که خدمات مربوط به هر کاربر به‌طوردقیق به‌وسیلهٔ یک وسیله نقلیه انجام شود. قید شماره (۳) تضمین می‌کند که هر وسیله نقلیه که به موقعیت یک کاربر وارد شود، از آن خارج شده باشد. همچنین هر وسیله برای سرویس‌دهی در بیشینهٔ یک مسیر انتخاب شود، که این مسیر می‌تواند شامل خدمات مربوط به تعدادی کاربر است (۴).

قید شماره (۵) در مورد زمان اجرای خدمات مربوط به کاربران است. اگر وسیله نقلیه $k$ ام، خدمات مربوط به کاربر $j$ را بعد از انجام سرویس خدمات کاربر $i$ انجام دهد ($x_{ijk} = 1$)، در این‌صورت زمان شروع خدمات مربوط به کاربر $j$ باید بیشتر از مجموع زمان شروع سرویس مربوط به کاربر $i$ ام، مدت زمان اجرای خدمات مربوط به سرویس این کاربر و همچنین زمان مربوط به جابه‌جایی بین مکان دو کاربر باشد ($\delta_{ik} + s_i + t_{ij} \le \delta_{jk}$). برای حالتی که خدمات مربوط به کاربر $j$ بعد از

[1] Network flow-based formulation
[2] Objective function

انجام خدمات مربوط به کاربر $i$ انجام نشود، هیچ رابطه‌ای بین زمان شروع سرویس‌ها و مدت زمان فرآیندهای خدماتی برقرار نیست. شرط شماره (۶) تضمین می‌کند که مدت زمان اجرای فرآیندهای خدماتی کاربران، به‌وسیلهٔ هر یک از وسایل نقلیه از محدودیت زمانی تعریف‌شده برای آن وسیله تجاوز نکند.

قیدهای شماره (۷) تا (۹) هم شرایط مربوط به وزن محموله‌ها و محدودیت وزنی برای وسایل نقلیه را تشریح می‌کنند. شرط شماره (۷) تضمین می‌کند که وسایل نقلیه، سرویس خدمات مربوط به یک کاربر را انجام می‌دهند درصورتی‌که وزن محموله مورد نظر بیشتر از حد از پیش تعیین‌شده برای وسیله نقلیه نباشد. قید شماره (۹) برای تأیید برابری میزان محموله‌های خارج‌شده از ایستگاه به‌وسیلهٔ یک وسیله نقلیه، با مجموع میزان محموله‌های رسیده به همه کاربران و خدمات انجام‌شده به‌وسیلهٔ همان وسیله نقلیه، استفاده می‌شود. قید شماره (۹) برای بررسی توازن بار محموله‌های موجود در یک وسیله نقلیه، پیش و پس از انجام سرویس خدمات مربوط به یک کاربر است. همچنین قیدهای شماره (۱۰) تا (۱۲) برای تأیید وجود مقدار متغیرهای تصمیم‌گیری در دامنه‌های از پیش تعیین‌شده استفاده می‌شود.

## ۴- الگوریتم جست‌وجوی گرانشی مقید

در این بخش روش رتبه‌بندی مقید چندگانه که برای حل مسائل بهینه‌سازی مقید در الگوریتم پیشنهادی استفاده شده است، تعریف می‌شود؛ سپس از این روش در الگوریتم جست‌وجوی گرانشی استفاده شده است؛ به‌طوری‌که جواب بهینه برای مسائل مقید را محاسبه کند. یک مسأله بهینه‌سازی مقید به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$optimize\ f(x), \qquad (۱۳)$$

به‌طوری‌که:

$$g_i(x) \geq 0, i = 1, \dots, m, \qquad (۱۴)$$

$$h_j(x) = 0, j = 1, \dots, n, \qquad (۱۵)$$

$$l_k \leq x_k \leq u_k, k = 1, \dots, s. \qquad (۱۶)$$

در این روابط، $f(x)$ تابع هدف برای مسأله بهینه‌سازی مقید، $h_j(x)$ و $g_i(x)$ قیود مسأله هستند. همچنین $l_k$ و $u_k$ نیز کران پایین و بالا را برای $k$امین متغیر بهینه‌سازی در مسأله تعریف می‌کنند.

روش‌هایی که برای حل مسائل بهینه‌سازی مقید استفاده می‌شوند، با کمک تابع جریمه و تعریف تابع هدف جدید، مسأله مقید را به یک مسأله غیرمقید تبدیل کرده، و سپس این مسأله را حل می‌کنند. روابط زیر فرآیند تعریف تابع هدف جدید را در این دسته از روش‌ها نشان می‌دهد [21, 22].

$$F(x) = f(x) + p(x), \qquad (۱۷)$$

$$p(x) = \sum_{j=1}^{m} k_j v_j(x), \qquad (۱۸)$$

که در این روابط، $F(x)$ تابع هدف جدید برای مسأله غیرمقید، $f(x)$ تابع هدف برای مسأله مقید، و $p(x)$ تابع جریمه برای جواب $x$ هستند. رابطه (۱۸) تابع جریمه را برای جواب $x$ محاسبه می‌کند. در این رابطه $m$ تعداد قیود مسأله، $k_j$ وزن مربوط به قید $j$ام و $v_j(x)$ میزان خطای این قید را نشان می‌دهد. در این دسته از روش‌ها برای حل مسأله بهینه‌سازی مقید، چند نقص ذاتی وجود دارد. به‌عنوان مثال، در مسائل بهینه‌سازی کاربردی، به‌طورمعمول قیود دارای دامنه تعریف گسترده و متفاوتی هستند، که در نتیجه اندازه عدد خطا در قیود متفاوت خواهد بود. از طرفی با توجه به اینکه این مقادیر از پیش تعیین‌شده نیستند، نرمال‌سازی و مقیاس‌کردن این اعداد امکان‌پذیر نیست. در این‌صورت، بعضی از قیود تأثیر بسیار زیادی در مقدار تابع هدف دارند؛ درحالی‌که برخی از قیود به‌طورکامل بی‌تأثیر هستند؛ علاوه‌براین، در این روش‌ها تعداد متغیرها بسیار زیاد است و کاربر پیش از اجرای فرآیند محاسباتی الگوریتم باید مقدار این متغیرها را تعیین کند.

روش‌های رتبه‌بندی [23] برای غلبه بر این نقاط ضعف ارائه شده است. ایده اصلی این روش، رتبه‌بندی جواب‌ها، براساس مقدار تابع هدف و همچنین میزان خطای قیود است. در این الگوریتم، به‌منظور ارزیابی جواب‌ها، رتبه آنها جایگزین مقدار تابع هدف شده است.

فرض کنید $R_f$ رتبه جواب‌ها با توجه به مقدار تابع هدف $f$، $R_\phi^j$ نشان‌دهنده رتبه جواب‌ها با توجه به خطای $j$امین قید و $R_N$ بیان‌گر رتبه جواب با توجه به تعداد قیود برآورده نشده باشد؛ در این‌صورت تابع هدف جدید $F$ به‌صورت زیر تعریف می‌شود [23]:

$$F = \begin{cases} R_N + \sum_{j=1}^{m} R_\phi^j & infeasible\ solution \\ R_f + R_N + \sum_{j=1}^{m} R_\phi^j & otherwise, \end{cases} \qquad (۱۹)$$

که در آن $m$ برابر با تعداد قیود موجود در مسأله بهینه‌سازی است. حال، می‌توان از تابع هدف تعریف‌شده، برای محاسبه مقدار جرم در الگوریتم جست‌وجوی گرانشی [4] استفاده کرد؛ بنابراین جرم عامل $i$ام در زمان $t$، $M_i(t)$، مطابق با رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$M_i(t) = \begin{cases} (2-S)+\frac{2(S-1)(F_i-1)}{(N-1)(m+1)} & infeasible\ solutions \\ (2-S)+\frac{2(S-1)(F_i-1)}{(N-1)(m+2)} & otherwise \end{cases} \quad (۲۰)$$

که در این رابطه $F_i$ مقدار تابع هدف برای جواب $i$ام و متغیر $S$ بیان‌گر فشار انتخاب است که می‌تواند قابلیت‌های کاوش و بهره‌وری الگوریتم را کنترل کند. مقدار این متغیر در دامنه تعریف (1,2) تعریف می‌شود. مقادیر بزرگ و نزدیک به دو برای متغیر $S$، باعث ایجاد انحراف معیار زیاد در جرم عوامل می‌شود؛ درنتیجه قدرت بهره‌وری الگوریتم بالا بوده و باعث هم‌گرایی به بهترین جواب فعلی خواهد شد. در مقابل، با درنظرگرفتن مقادیر کوچک برای متغیر $S$، انحراف معیار جرم عوامل کاهش یافته و مقادیر آن، با اعدادی نزدیک به هم مقداردهی خواهد شد؛ درنتیجه قدرت کاوش الگوریتم افزایش پیدا خواهد کرد. در این مقاله، برای تعیین مقدار مناسب متغیر $S$ در طول فرآیند محاسباتی الگوریتم، از یک کنترلر فازی استفاده شده است. در این کنترلر، با توجه به نیاز الگوریتم به قابلیت‌های مختلف کاوش و بهره‌وری، مقدار پارامتر در بازه‌های زمانی از پیش تعیین‌شده، مشخص خواهد شد.

کنترلر فازی تعریف شده در این الگوریتم، دارای سه ورودی و یک خروجی است. $IM(t)$، میزان پیشرفت الگوریتم در یک بازه زمانی مشخص و از پیش تعیین‌شده به طول $p$ واحد زمان، $IT$ شمارنده زمان در الگوریتم و $S(t-p)$ مقدار متغیر $S$ در بازه زمانی گذشته ورودی‌های این کنترلر و $S(t)$ خروجی این کنترلر است. فرض کنید $Best(t)$ نشان‌دهنده بهترین جواب پیدا شده در لحظه $t$ باشد. در این‌صورت مقدار $IM(t)$ توسط رابطه زیر محاسبه می‌شود:

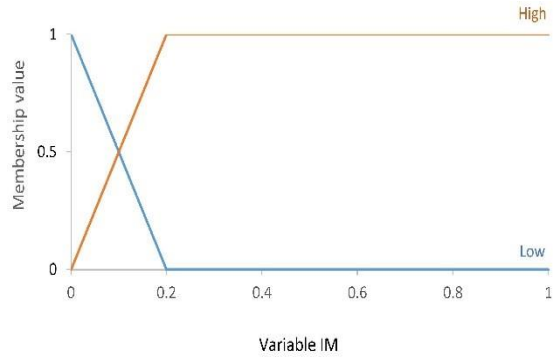
$$IM(t) = 1 - \frac{Best(t)}{Best(t-p)} \quad (۲۱)$$

مقدار این متغیر در بازه [0,1] تعریف می‌شود. مقدار کوچک این متغیر نشان دهنده پیشرفت کم الگوریتم برای پیداکردن جواب مناسب در $p$ واحد زمانی گذشته است.

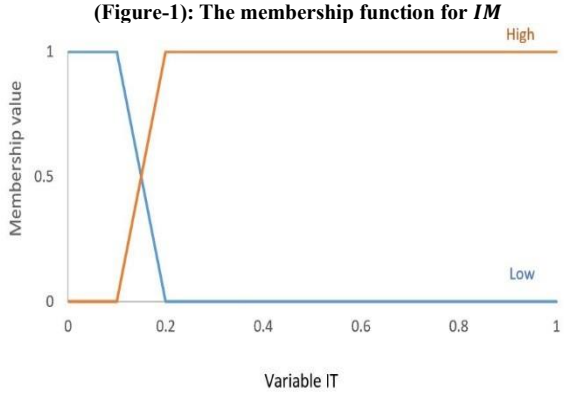
متغیر $IT$ نشان‌دهنده زمان پیشرفت الگوریتم است. فرض کنید $MAX_{it}$ بیانگر حداکثر تعداد تکرارهای الگوریتم باشد. در تکرار $t$ مقدار این متغیر ورودی به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$IT = \frac{t}{MAX_{it}} . \quad (۲۲)$$

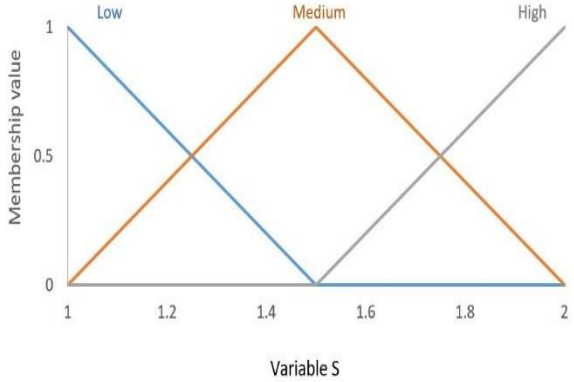
شکل‌های (۱ تا ۳)، مقدار تابع عضویت برای این سه متغیر فازی را نشان می‌دهند.




**(شکل-۱): تابع عضویت برای متغیر $IM$**
**(Figure-1): The membership function for $IM$**




**(شکل-۲): تابع عضویت برای متغیر $IT$**
**(Figure-2): The membership function for $IT$**




**(شکل-۳): تابع عضویت برای متغیر $S$**
**(Figure-3): The membership function for $S$**

با توجه به تعریف تابع عضویت و مقادیر فازی برای این سه متغیر ورودی، کنترلر فازی یادشده دارای $(2 \times 2 \times 3 = 12)$ قانون دارد. در جدول (۱)، برخی از این قوانین آورده شده است. تعریف این قوانین به گونه‌ای انجام شده است که در حین فرآیند محاسباتی الگوریتم برای پیداکردن بهترین جواب، قابلیت‌های الگوریتم بهترین تناسب را داشته باشند.

**(جدول-۱): برخی قوانین فازی برای کنترلر الگوریتم**

**(Table-1): Some of the fuzzy rules for the FLC**

| *Rule* | | *IM(t)* | *IT* | *S(t-p)* | | *S(t)* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | L | L | L | | L |
| 2 | | L | L | M | | L |
| 3 | | L | L | H | | M |
| 4 | | L | H | L | | M |
| 5 | | L | H | M | | H |
| 6 | *If* | L | H | H | *Then* | H |
| 7 | | H | L | L | | L |
| 8 | | H | L | M | | M |
| 9 | | H | L | H | | H |
| 10 | | H | H | L | | L |
| 11 | | H | H | M | | M |
| 12 | | H | H | H | | H |

قوانین این جدول تأثیر زیادی روی کنترل قابلیت‌های کاوش و بهره‌وری در الگوریتم ارائه‌شده دارند. با توجه به قانون دوم در این جدول، اگر در ابتدای اجرای الگوریتم، میزان پیشرفت الگوریتم کم باشد، و مقدار متغیر فشار انتخاب در بازه قبل متوسط باشد، آن‌گاه کنترلر فازی مقدار این متغیر را کاهش می‌دهد. کنترلر با اعمال این تغییرات قدرت کاوش الگوریتم را افزایش داده و باعث می‌شود که الگوریتم در فضای جست‌وجوی مسأله جواب‌های بهتری را پیدا کند. از طرف دیگر، کم‌بودن مقدار متغیر IM نشان می‌دهد که الگوریتم در یک بهینه محلی گرفتار شده است. همان‌طورکه درقبل نیز اشاره شد، با کاهش مقدار فشار انتخاب، قابلیت کاوش افزایش پیدا خواهد کرد. با توجه به قانون چهارم در این جدول، اگر میزان پیشرفت الگوریتم در مراحل پایانی اجرای آن کم باشد، کنترلر میزان متغیر فشار انتخاب را افزایش می‌دهد تا قابلیت هم‌گرایی الگوریتم افزایش پیدا کند و عوامل پیرامون بهترین جواب مسأله را به‌خوبی جست‌وجو کرده و به بهترین جواب ممکن هم‌گرا شوند.

در این مقاله ترکیت عطفی متغیرهای ورودی در نظر گرفته شده است. همچنین از روش مرکز ثقل[1] در مرحله دیفازی[2] برای به‌دست‌آوردن مقدار متغیر خروجی استفاده شده است. الگوریتم (۱)، شبه‌کد مربوط به فرآیند محاسباتی الگوریتم جست‌وجوی گرانشی مقید را نشان می‌دهد.

**(الگوریتم-۱): شبه کد مربوط به الگوریتم جست‌وجوی گرانشی مقید**

**ورودی**: $f(X), g_i(X), h_j(X), i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n.$

**خروجی**: $X$ (بهترین جواب در فضای شدنی مسأله)

عوامل را به‌صورت تصادفی در فضای شدنی مسأله پخش کن

تا زمان رسیدن به شرط توقف، مراحل زیر را انجام بده

بروزرسانی متغیر ثابت گرانش $G$

ارزیابی همه عوامل با استفاده از رابطه (۱۹)

محاسبه مقدار متغیر $S$ توسط کنترلر فازی

محاسبه مقدار جرم عوامل با استفاده از رابطه (۲۰)

بروزرسانی شتاب، سرعت و موقعیت عوامل

بهترین جواب، $X$ را برگردان

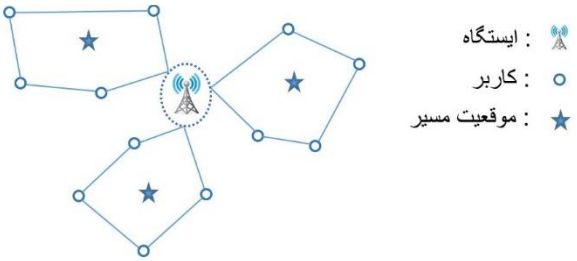
## ۵- حل مسأله مسیریابی وسایل نقلیه

در این بخش، از الگوریتم جست‌وجوی گرانشی مقید که در بخش قبل معرفی شد، برای حل مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با شرایط برداشت و تحویل هم‌زمان و کمینه‌کردن رابطه (۱) با توجه به شرایط و قیود (۲) تا (۱۲) استفاده شده است. ابتدا نحوه نمایش پاسخ‌های مسأله در الگوریتم بهینه‌سازی، که یکی از مهم‌ترین قسمت‌های مؤثر پیاده‌سازی به‌منظور بهبود کارایی روش پیشنهادی است، بررسی خواهد شد؛ سپس پاسخ‌های به‌دست‌آمده از الگوریتم و نحوه رمزگشایی این پاسخ‌ها به‌صورت دقیق بیان می‌شود.

هر پاسخ الگوریتم جست‌وجوی گرانشی بهبودیافته، شامل دو قسمت است. بخشی از پاسخ مربوط به اطلاعات کاربران و بخشی دیگر مربوط به اطلاعات وسایل نقلیه است. در بخشی از پاسخ، اولویت مربوط به کاربران مشخص می‌شود. $n$ بُعد برای این بخش از پاسخ تخصیص داده می‌شود و در هر بعد، شماره مربوط به یکی از کاربران قرار می‌گیرد. در این‌صورت، کاربرانی که اندیس متناظر با آن‌ها عدد کوچکتری است، دارای اولویت بیشتری برای انجام فرآیند خدماتی هستند.

بخش دوم اطلاعات موجود به پاسخ‌ها، با توجه به مفهوم موقعیت مسیر[3] ارائه شده‌اند. موقعیت مسیر برای هر وسیله نقلیه، مکانی در محدوده فضایی تعریف‌شده و مشخص‌شده برای کاربران است که وسیله نقلیه با احتمال بیشتری سرویس خدمات خود را در آن ناحیه انجام می‌دهد؛ در نتیجه مسیر یک وسیله نقلیه طوری تعیین می‌شود، که خدمات مربوط به کاربران پیرامون موقعیت مسیر آن وسیله را سرویس‌دهی کند. شکل (۲)، رابطه شهودی بین موقعیت مسیر و مسیر تعیین شده برای هر وسیله نقلیه را نشان می‌دهد. مکان موقعیت مسیر برای هر وسیله نقلیه، در فضای دوبعدی $x$ و $y$ مشخص می‌شود. بنابراین فضایی به اندازه $2m$ داده برای مشخص‌کردن موقعیت مسیر مربوط به $m$ وسیله نقلیه نیاز است.

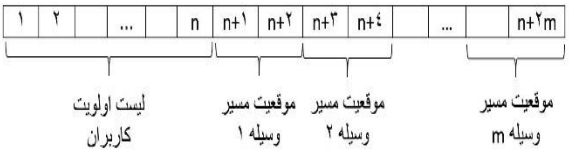
[1] Center of gravity
[2] Defuzzification
[3] Route orientation




**(شکل-۴): رابطه بین مسیرهای وسایل نقلیه و همچنین موقعیت مسیر مربوط به وسایل نقلیه**

**(Figure-4): The relationship between vehicles and their route orientation**

با استفاده از موقعیت مسیر وسیله نقلیه، می‌توان مسیرهای مربوط به هر وسیله نقیله را مشخص کرد. بعد از مشخص‌شدن موقعیت مسیر تمام وسایل نقلیه، نزدیکی بین سرویس کاربر مورد نظر از نظر فاصله اقلیدسی، با موقعیت‌های مسیر موجود، می‌تواند معیاری برای تعیین وسیله نقلیه باشد؛ بنابراین، اگر خدمات کاربران، باعث نقض شرایط موجود برای وسیله نقلیه یادشده نشود، به نزدیک‌ترین موقعیت مسیر اختصاص می‌یابد. این روش تخصیص خدمات و تعیین مسیر، باعث کاهش هزینه‌های انجام‌شده برای خدمات و افزایش کارایی وسایل نقیله خواهد شد؛ بنابراین، هر پاسخ الگوریتم جست‌وجوی گرانشی بهبودیافته برای مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با شرایط برداشت و تحویل هم‌زمان، که در آن $n$ کاربر و $m$ وسیله نقلیه موجود است، $n+2m$ واحد حافظه نیاز دارد، که هر واحد حافظه یک عدد حقیقی است. در هر پاسخ، اطلاعات موجود برای اولویت کاربران برای پاسخ‌گویی و همچنین موقعیت مسیر مربوط به تمام وسایل نقلیه موجود است. شکل (۵) اطلاعات موجود در یکی از عامل‌های الگوریتم جست‌وجوی گرانشی را که معادل با یک پاسخ برای این مسأله است، نمایش می‌دهد.




**(شکل-۵): اطلاعات موجود در یک عامل الگوریتم بهینه‌سازی**

**(Figure-5): The information which is coded in each agent**

رمزگشایی اطلاعات موجود در عوامل الگوریتم و پاسخ‌های ارائه‌شده برای این مسأله، در سه مرحله انجام می‌پذیرد. در مرحله نخست، اطلاعات موجود در $n$ واحد نخست حافظه استخراج شده و اولویت مربوط به کاربران تعیین، سپس، با توجه به اطلاعات موجود در $2m$ واحد حافظه باقیمانده، مکان دقیق موقعیت مسیر تمام وسایل نقلیه تعیین شده و به‌وسیله آن ماتریسی برای اولویت وسایل نقلیه ایجاد می‌شود. ماتریس اولویت وسایل نقلیه، با توجه به فاصله اقلیدسی خدمات کاربران موجود، با مکان موقعیت مسیر وسیله نقلیه یادشده محاسبه می‌شود. اولویت انجام سرویس خدمات مربوط به هر مشتری، با وسیله نقیله‌ای است که نزدیک‌ترین موقعیت مسیر را به این کاربر داشته باشد. هر سطر در این ماتریس، اولویت وسایل نقلیه را برای یک کاربر مشخص، نشان می‌دهد. در مرحله آخر، یک مسیر با توجه به فهرست اولویت کاربران و ماتریس اولویت وسایل نقلیه، تعیین می‌شود. در این مرحله، هر کاربر با توجه به فهرست اولویت کاربران انتخاب شده و به یک وسیله نقلیه با توجه به ماتریس اولویت وسایل نقلیه تخصیص داده می‌شود؛ به‌طوری‌که تمام قیود و شرایط موجود برای وسیله نقلیه و تعریف مسأله را رعایت کند. با توجه به این روند رمزنگاری، احتمال وجود پاسخی که در آن، یکی از کاربران به هیچ وسیله نقیله اختصاص پیدا نکند، وجود دارد. برای حل این موضوع عبارت رگیولاریسیون[1] به تابع هدف اضافه شده است. بدین معنا که در صورت وجود چنین حالتی، عبارتی با جریمه بسیار بزرگ به شایستگی این عامل اضافه می‌شود. در این صورت، جواب مربوط به این عامل شایستگی بسیار کمی خواهد داشت و الگوریتم از تولید چنین پاسخ‌هایی در مراحل بعدی، جلوگیری به‌عمل می‌آورد.

در مسائل مسیریابی وسایل نقلیه، تعداد وسایل نقلیه ثابت و از پیش تعیین شده است. در راه‌حل‌های مختلفی که برای این مسأله ارائه شده است، از همه وسایل نقلیه برای انجام خدمات کاربران استفاده می‌شود؛ اما چون هر کدام از این وسایل نقلیه هزینه ثابتی دارند، برای کاهش هزینه‌ها بهتر است، تعداد بهینه وسایل نقلیه محاسبه شده، و از همان تعداد وسیله در فرآیند خدماتی کاربران استفاده شود. یکی از قابلیت‌های روش پیشنهادی و نحوه نمایش جواب‌ها، به‌دست‌آوردن تعداد بهینه وسایل نقلیه برای انجام خدمات مورد نیاز کاربران است. در این روش و در مرحله مقداردهی اولیه عوامل، پاسخ‌ها با توجه به تعداد وسایل نقلیه از پیش تعیین شده، $m$، تولید می‌شوند. در ادامه و پس از رمزگشایی پاسخ‌ها و محاسبه مسیرها و ارائه خدمات به همه کاربران، یکی از وسایل نقیله که کمترین تعداد سرویس را به مشتریان انجام داده، حذف می‌شود. به عبارت دیگر، دو واحد از حافظه اختصاص داده شده به هر عامل، که معادل با موقعیت

[1] Regularization

مسیر یک وسیله نقلیه بوده است، حذف می‌شود. حال، مسأله رمزگشایی جواب الگوریتم با $m-1$ وسیله نقلیه انجام می‌شود. در ادامه، وسیله نقلیه دیگری از مجموعه وسایل نقلیه موجود حذف می‌شود و شدنی‌بودن پاسخ برای حل این مسأله مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. این فرآیند تا زمانی ادامه می‌یابد تا تعداد بهینه وسایل نقلیه محاسبه شود.

## ۶- بررسی نتایج شبیه‌سازی

در این بخش، از الگوریتم جست‌وجوی گرانشی مقید برای حل مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با شرایط برداشت و تحویل هم‌زمان استفاده شده و نتایج شبیه‌سازی آن، با نتایج الگوریتم‌ها و روش‌های معتبر برای حل این نوع مسأله مقایسه شده است. برای این مقایسه، از مجموعه‌داده‌های استاندارد دل‌آمیکو[1] [24] و دتلاف[2] [25] که برای این دسته از مسائل تعریف شده‌اند، استفاده شده است. این شبیه‌سازی‌ها با استفاده از نرم‌افزارهای MATLAB_R2017b و Visual Studio 2013 روی سیستمی با مشخصات Intel Core i7-6700HQ و 12 GB RAM پیاده‌سازی شده است.

داده‌های مربوط به دل‌آمیکو [24] که شامل پنج نمونه رده برای مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با شرایط برداشت و تحویل هم‌زمان، اولین مجموعه‌داده‌های استانداردی که در این مقاله استفاده شده و روش پیشنهادی روی آن شبیه‌سازی شده است. هر رده در این مجموعه‌داده، شامل نمونه‌هایی با بیست و چهل کاربر است. رده 1 شامل دوازده نمونه و کلاس‌های 2s، 2c، 3s و 3c شامل هجده نمونه است. پارامترها و متغیرهای این مسأله به‌صورت زیر مقداردهی شده است. $f=0$، $g=1$، $D=\infty$ و تعداد وسایل نقلیه، برابر با تعداد وسایل نقلیه استفاده شده در بهترین پاسخ محاسبه شده است.

**(جدول-۲): مقایسه نتیجه الگوریتم‌ها روی داده‌های دل-آمیکو**

**(Table-2): Results of the algorithms on Dell'Amico data**

| Instance class | | Average total cost | | |
|---|---|---|---|---|
| | Dell' Amico et al. [21] | HLS [19] | PSO[3] | MO-GSA |
| Class 1 | 522.5 | 525.1 | 524.7 | 523.9 |
| Class 2s | 236822.7 | 236825.9 | 236826.4 | 236828.2 |
| Class 2c | 341481.2 | 341878.7 | 341994.3 | 341560.8 |
| Class 3s | 12082.3 | 12602.6 | 12912.3 | 12210.7 |
| Class 3c | 15979.6 | 15986.2 | 15984.6 | 15980.4 |

جدول (۲)، نتایج مربوط بهترین جواب محاسبه شده در ۱۰ تکرار از الگوریتم‌های PSO [3]، HLS [19] و C-GSA را با بهترین پاسخ محاسبه‌شده توسط دل‌آمیکو مقایسه کرده است. در این جدول میانگین مربوط به هزینه همه نمونه‌ها در هر رده ارائه شده است. نتایج این جدول نشان می‌دهد که الگوریتم ارائه‌شده در این مقاله، کارایی بهتری نسبت به الگوریتم PSO و HLS برای حل مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با شرایط برداشت و تحویل هم‌زمان، دارد و جواب‌هایی نزدیک به جواب‌های موجود برای دل‌آمیکو محاسبه کرده است.

داده‌های دتلاف [25]، دومین مجموعه‌داده برای ارزیابی الگوریتم ارائه شده در این مقاله روی مسائل مسیریابی وسایل نقلیه با شرایط برداشت و تحویل هم‌زمان است. این مجموعه شامل چهار مجموعه‌داده با نام‌های SCA3، SCA8، CON3 و CON8 است که هر مجموعه‌داده از ده نمونه با پنجاه کاربر تشکیل شده است. در مجموعه‌داده‌های SCA همه کاربران به‌صورت تصادفی و یک‌نواخت در فضای تعریف‌شده، قرار گرفته‌اند؛ درحالی‌که، در مجموعه‌داده‌های CON، نیمی از کاربران به‌صورت تصادفی و یک‌نواخت در فضای تعریف‌شده برای مسأله قرار دارند و نیمه دیگر کاربران در نقاط خاصی از محیط مسأله جایگذاری شده‌اند. پارامترهای موجود در این مسأله نیز مشابه با مقادیر تعریف‌شده در شبیه‌سازی موجود در مجموعه‌داده‌های دل‌آمیکو، مقداردهی شده است.

در جدول (۳)، نتایج مربوط به پیاده‌سازی و اجرای الگوریتم‌های مختلف روی مجموعه‌داده‌های دتلاف قرار داده شده است. داده‌های موجود در این جدول مربوط به میانگین ده نمونه موجود در هر رده است. در این جدول، بهترین پاسخ مربوط به ده تکرار الگوریتم‌های PSO و C-GSA، با نتایج به‌دست‌آمده از الگوریتم‌های دتلاف [25]، تنگ[3] [26] و بیانچسی[4] [27] مقایسه شده است.

**(جدول-۳): مقایسه نتیجه الگوریتم‌ها روی داده‌های دتلاف**

**(Table-3): Results of the algorithms on Dethloff data**

| set | | Average total cost | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Dethloff [25] | Tang [26] | Bianchessi [27] | HLS[19] | PSO [3] | C-GSA |
| SCA3 | 746.6 | 674.2 | 684.6 | 674.3 | 675.8 | 670.8 |
| SCA8 | 1166.4 | 1044.4 | 1035.7 | 1046.6 | 1041.8 | 1044.1 |
| CON3 | 597.3 | 564.2 | 568.5 | 580.9 | 569.6 | 576.8 |
| CON8 | 860.6 | 774.3 | 776.4 | 787.1 | 798.3 | 772.8 |

[1] Dell'Amico
[2] Dethloff
[3] Tang
[4] Bianchessi

نتایج موجود در این جدول و جدول (۲)، نشان‌دهنده کارایی بالای روش ارائه‌شده در این مقاله، در مقایسه با سایر روش‌ها و الگوریتم‌های موجود برای مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با شرایط برداشت و تحویل هم‌زمان است. دلیل این بهبود کارایی و عملکرد، استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی جست‌وجوی گرانشی مقید است. در این الگوریتم با استفاده از روش رتبه‌بندی قیود چندگانه، تابع هدفی مناسب برای مسائل مقید به‌دست آمده است. همچنین با استفاده از کنترلر فازی موجود در الگوریتم برای تعیین مقدار پارامترهای موجود در روش پیشنهادی، قابلیت‌های کاوش و بهره‌وری الگوریتم به‌خوبی کنترل شده است. در ابتدای روند محاسباتی برنامه، عوامل الگوریتم، به‌خوبی فضای شدنی مسأله را جست‌وجو می‌کنند و قدرت کاوش برنامه بسیار بالاست. این قابلیت باعث می‌شود تا الگوریتم در بهینه محلی هم‌گرا نشود. هر چه از زمان محاسباتی مسأله می‌گذرد و برنامه به انتهای خود نزدیک می‌شود، قدرت بهره‌وری الگوریتم افزایش می‌یابد. بدین معنا که عوامل جست‌وجوی خود را پیرامون بهترین جواب انجام می‌دهند و این باعث هم‌گرایی بالای الگوریتم می‌شود؛ بنابراین استفاده از این الگوریتم بهینه‌سازی در مسائل کاربردی و پیچیده مانند مسیریابی وسایل نقلیه با شرایط برداشت و تحویل هم‌زمان نتایج خوبی را تولید کند.

## ۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله، الگوریتم جست‌وجوی گرانشی بهبودیافته برای حل مسائل مقید ارائه شده است. در این الگوریتم، از روش رتبه‌بندی مقید چندگانه برای بررسی و رسیدگی به قیود مسأله در تابع هدف استفاده شده است. همچنین از یک کنترلر فازی برای به‌دست‌آوردن مقدار پارامتر الگوریتم، که قابلیت‌های کاوش و بهره‌وری الگوریتم را کنترل می‌کند، استفاده شده است. سپس، این الگوریتم برای حل مسأله مسیریابی وسیله نقیله با شرایط برداشت و تحویل هم‌زمان محموله استفاده شده است؛ این مسأله یکی از موضوعات پرکاربرد در موضوعات صنعتی، نظامی و حتی امنیتی است و برای افزایش کارایی و بهره‌وری سیستم‌های حمل و نقل تعریف شده است و از جمله مسائل NP-hard شناخته می‌شود که راه حل محاسباتی در زمان اجرایی معقول ندارد. بررسی و مقایسه نتایج شبیه‌سازی‌شده، نشان می‌دهد که الگوریتم ارائه‌شده دارای عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم‌های بررسی‌شده برای حل مسأله مسیریابی است.

## ۸- مراجع 8- References


[1] N. Christofides, "The vehicle routing problem", *Revue française d'automatique, informatique, recherche opérationnelle*,vol. 10(V1), pp. 55-70, 1976.

[2] P. Toth, D. Vigo, The vehicle routing problem, SIAM, 2002.

[3] T.J. Ai, V. Kachitvichyanukul, "A particle swarm optimization for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery", *Computers & Operations Research*, vol. 36(5), pp. 1693-1702, 2009.

[4] E. Rashedi, H. Nezamabadi-Pour, S. Saryazdi, "GSA: a gravitational search algorithm" , *Information sciences*, vol.179(13), pp. 2232-2248, 2009.

[5] E. Rashedi, H. Nezamabadi-Pour, S. Saryazdi, "BGSA: binary gravitational search algorithm", *Natural Computing*, vol.9(3), pp. 727-74, 2010.

[6] S.E. Mood, M.M. Javidi, "Energy-efficient clustering method for wireless sensor networks using modified gravitational search algorithm," *Evolving Systems*, pp. 1-13, 2019.

[7] B. González, P. Melin, F. Valdez, G. Prado-Arechiga, "Ensemble Neural Network Optimization Using a Gravitational Search Algorithm with Interval Type-1 and Type-2 Fuzzy Parameter Adaptation in Pattern Recognition Applications, in: Fuzzy Logic Augmentation of Neural and Optimization Algorithms: Theoretical Aspects and Real Applications, Springer, 2018, pp. 17-27.

[۸] کریمی عباس، حسینی لیلا سادات. الگوریتم بهینه تقسیم‌بندی تصاویر میکروسکوپی خون برای تشخیص سلول‌های لوسمی حاد لنفوبلاست با استفاده از الگوریتم FCM و بهینه‌سازی ژنتیک. پردازش علائم و داده‌ها. ۱۳۹۷; ۱۵ (۲) :۴۵-۵۴

[8] A. Karimi , L.S. Hoseini , "An Optimal Algorithm for Dividing Microscopic Images of Blood for the Diagnosis of Acute Pulmonary Lymphoblastic Cell Using the FCM Algorithm and Genetic Optimization", *JSDP*, vol.15 (2),pp. 45-54, 2018. URL: http://jsdp.rcisp.ac.ir/article-1-567-fa.html

[۹] واقفی مهسا، جمشیدی فاطمه. انتخاب ویژگی برای تشخیص آریتمی های قلبی با استفاده از بهینه‌سازی

ازدحام ذرات باینری چند هدفه. پردازش علائم و داده‌ها. ۱۴۰۰; ۱۸ (۲) :۱۶۳-۱۷۶

[9] M. Vaghefi, F. Jamshidi , "Features selection for cardiac arrhythmia diagnosis using multiple objective binary particle swarm optimization", *JSDP*, vol. 18 (2), pp.163-176, 2021. URL: http://jsdp.rcisp.ac.ir/article-1-972-fa.html

[۱۰] کریمی عباس، حسینی لیلا سادات. الگوریتم بهینه تقسیم‌بندی تصاویر میکروسکوپی خون برای تشخیص سلول‌های لوسمی حاد لنفوبلاست با استفاده از الگوریتم FCM و بهینه‌سازی ژنتیک. پردازش علائم و داده‌ها. ۱۳۹۷; ۱۵ (۲) :۴۵-۵۴

[10] A. Karimi, L.S. Hoseini , "An Optimal Algorithm for Dividing Microscopic Images of Blood for the Diagnosis of Acute Pulmonary Lymphoblastic Cell Using the FCM Algorithm and Genetic Optimization", *JSDP*, vol. 15 (2), pp. 45-54, 2018. URL: http://jsdp.rcisp.ac.ir/article-1-567-fa.html

[11] S. Mood, E. Rasshedi, M. Javidi, "New functions for mass caculation in gravitational search algorithm," Journal of Computing and Security, 2(3), 2016.

[12] H.A. Kherabadi, S.E. Mood, M.M. Javidi, "Mutation: a new operator in gravitational search algorithm using fuzzy controller", *Cybernetics and Information Technologies*, vol. 17(1), pp. 72-86, 2017.

[13] M. Soleimanpour-Moghadam, H. Nezamabadi-Pour, M.M. Farsangi, "A quantum inspired gravitational search algorithm for numerical function optimization," *Information Sciences*, pp. 83-100, 2014.

[14] A. Hatamlou, "Black hole: A new heuristic optimization approach for data clustering", *Information sciences*, vol. 222, pp. 175-184, 2013.

[15] M. Shams, E. Rashedi, A. Hakimi, "Clustered-gravitational search algorithm and its application in parameter optimization of a low noise amplifier," *Applied Mathematics and Computation*, vol.258, pp. 436-453, 2015.

[16] E. Rashedi, E. Rashedi, H. Nezamabadi-pour, "A comprehensive survey on gravitational search algorithm", *Swarm and evolutionary computation*, vol. 41, pp.141-158, 2018.

[17] J.T. Zhang, L.X. Qiao, "Optimization Mechanism Control Strategy of Vehicle Routing Problem Based on Improved PSO", *Advanced Materials Research*, Trans Tech Publ, pp. 130-136, 2013.

[18] B. Yao, B. Yu, P. Hu, J. Gao, M. Zhang, "An improved particle swarm optimization for carton heterogeneous vehicle routing problem with a collection depot", *Annals of Operations Research*, vol.242(2), pp.303-320, 2016.

[19] M. Avci, S. Topaloglu, "A hybrid metaheuristic algorithm for heterogeneous vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery", *Expert Systems with Applications*, vol.53, pp. 160-17,12016.

[20] A. Gupta, S. Saini, "On Solutions to Vehicle Routing Problems Using Swarm Optimization Techniques: A Review ," *in: Advances in Computer and Computational Sciences*, Springer, pp. 345-354, 2017.

[21] E. Mezura-Montes, "C.A.C. Coello, Constraint-handling in nature-inspired numerical optimization: past, present and future," *Swarm and Evolutionary Computation*, vol.1(4), pp. 173-194, 2011.

[22] D. Orvosh, L. Davis, "Using a genetic algorithm to optimize problems with feasibility constraints," i*n: Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation. IEEE World Congress on Computational Intelligence*, IEEE, pp. 548-553, 1994.

[23] R. de Paula Garcia, B.S.L.P. de Lima, A.C. de Castro Lemonge, B.P. Jacob, "A rank-based constraint handling technique for engineering design optimization problems solved by genetic algorithms," *Computers & Structures*, vol. 187, pp. 77-87, 2017.

[24] M. Dell'Amico, G. Righini, M. Salani, "A branch-and-price approach to the vehicle routing problem with simultaneous distribution and collection," *Transportation science*, vol. 40(2), pp. 235-247, 2006.

[25] J. Dethloff, "Vehicle routing and reverse logistics: the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up," OR-Spektrum, vol.23(1), pp. 79-96, 2001.

[26] F.A.T. Montané, R.D. Galvao, "A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery service", *Computers & Operations Research*, vol.33(3), pp.595-619, 2006.

[27] N. Bianchessi, G. Righini, "Heuristic algorithms for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery", *Computers & Operations Research*, vol.34(2) pp.578-594, 2007.

**سپهر ابراهیمی مود،** مدرک کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکترای خود را در رشته علوم کامپیوتر و از دانشگاه‌های شهید بهشتی، صنعتی شریف و شهید باهنر کرمان به‌ترتیب در سال‌های ۱۳۹۱، ۱۳۹۳ و ۱۳۹۸ دریافت کرده است. وی هم‌اکنون استادیار بخش علوم کامپیوتر در دانشگاه یزد است. زمینه‌های پژوهشی مورد علاقه وی یادگیری ماشین، محاسبات نرم، شبکه اینترنت اشیا، بهینه‌سازی کامپیوتری، هوش مصنوعی و نظریه محاسبات است.
نشانی رایانامه ایشان عبارت است از:
**S.ebrahimi@yazd.ac.ir**

**محمد مسعود جاویدی،** مدرک کارشناسی و کارشناسی ارشد مهندسی کامپیوتر خود را از دانشگاه واشنگتن در سال ۱۳۶۹ و ۱۳۷۱ و مدرک دکترای خود را در رشته ریاضیات کاربردی از دانشگاه شهید باهنر کرمان در سال ۱۳۸۷ دریافت کرده است. وی هم اکنون دانشیار گروه علوم کامپیوتر در دانشگاه شهید باهنر کرمان است. زمینه‌های پژوهشی وی هوش مصنوعی، تجارت الکترونیک، یادگیری ماشین، محاسبات ابری و بهینه‌سازی است.
نشانی رایانامه ایشان عبارت است از:
**javidi@uk.ac.ir**

**محمد رضا خسروی،** مدرک کارشناسی خود را در رشته مهندسی کنترل از دانشگاه ستاری، کارشناسی ارشد مدیریت از دانشگاه دافوس و مدرک دکترای پژوهش در عملیات خود را از دانشگاه علامه دریافت کرده است. وی هم‌اکنون رئیس گروه مطالعات راهبردی آماد دفاعی، پژوهشکده آماد و فناوری دفاعی- پدافند غیرعامل در دانشگاه عالی دفاع ملی است. زمینه‌های پژوهشی مورد علاقه وی، هوش مصنوعی، شبکه‌های کامپیوتر، بهینه‌سازی و یادگیری ماشین است.
نشانی رایانامه ایشان عبارت است از:
**morekhosravi@gmail.com**