یک الگوی جدید فازی نوع-۲ بازگشتی غیرخطی جهت شناسایی رفتار سامانه‌های پویای غیرخطی

جعفر طاوسی[۱]*، سجاد یوسفی[۲]

[۱] گروه مهندسی برق، دانشگاه ایلام، ایلام، ایران

[۲] گروه مهندسی برق، دانشگاه فنی و حرفه‌ای، تهران، ایران

چکیده

در این مقاله یک شبکه عصبی فازی نوع-۲ بازگشتی جدید جهت شناسایی سامانه‌های پویای (پویا) غیرخطی ارائه می‌شود. ساختار شبکهٔ عصبی فازی نوع-۲ جدید با قسمت "آنگاه" غیرخطی، دارای ۸ لایه است. در لایه‌های ۰، ۱ و ۲ عملیّات فازی‌سازی انجام و حدود بالا و پایین درجه عضویت تعیین می‌شود. در لایه‌های ۳ و ۴ عملیّات طبیعی‌سازی و وزن‌دهی انجام می‌شود. در لایهٔ ۵، توابع غیرخطی مثلثاتی وجود دارند که در واقع قسمت "آنگاه" سامانه فازی را تشکیل داده و بازخورد بازگشتی از لایهٔ خروجی به این لایه وارد می‌شود. در پایان، در لایه‌های ۶ و ۷ عملیّات فازی‌زدایی و محاسبه خروجی انجام می‌شود. جهت بررسی و ارزیابی عملکرد شبکه در شناسایی سامانه، اطلاعات ورودی- خروجی دو سامانه فیزیکی (یک موتور DC و یک بازوی ربات منعطف) به شبکهٔ عصبی فازی نوع ۲ بازگشتی اعمال شده است. این پژوهش به‌طورکامل آزمایشگاهی و عملی و به عبارتی بهره‌برداری از روش‌های هوش مصنوعی در کار عملیّاتی است. از نوآوری‌های این مقاله علاوه‌بر ارائهٔ شبکهٔ عصبی جدید، تولید سیگنال مناسب جهت تحریک سامانه، استخراج داده از سامانه‌های عملی، پیش‌پردازش داده (حذف دادهٔ پرت، تخمین دادهٔ ناموجود و طبیعی‌سازی داده‌ها) است. در شبیه‌سازی، معیار مجذور میانگین مربعات خطا نشان می‌دهد که روش پیشنهادی با اختلاف فراوانی از سایر روش‌ها، عملکرد مناسب‌تری دارد.

واژگان کلیدی شبکه عصبی فازی نوع- ۲ بازگشتی، شناسایی سامانه، قسمت "آنگاه" غیرخطی.

A New Nonlinear Recurrent Type-2 Fuzzy Model to Identify the Behavior of Nonlinear Dynamic Systems

Jafar Tavoosi[1], Sajad Yousefi[2]

Department of Electrical Engineering, Ilam University, Ilam, Iran

Department of Electrical Engineering, Technical and Vocational University (TVU), Tehran, Iran.

Abstract

In this paper, a new recurrent type-2 fuzzy neural network for nonlinear dynamic systems identification is presented. The structure of the new type-2 fuzzy neural network with the non-linear "then" part has 8 layers. In layers 0, 1 and 2, the fuzzification operation is performed, and the upper and lower limits of the membership degree are determined. Normalization and weighting operations are performed in layers 3 and 4. In layer 5, there are non-linear trigonometric functions, which in fact, form the "then" part of the fuzzy system, and return feedback from the output layer enters this layer. Finally, in the 6th and 7th layers, the de-fuzzification operation and the output calculation are performed. The existence of non-linear functions in the "then" part of the fuzzy rules helps to better approximate and identify the dynamic system. The reason for this problem is probably the non-linear nature of the systems. The main idea of this work is inspired by the Fourier series. Any function can be approximated by Fourier series, and since Fourier series includes sentences of sine and cosine, therefore, ideas are taken from

* نویسندهٔ عهده‌دار مکاتبات

* Corresponding author

• تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۸/۵/۳۰ • تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۱۲/۳ • تاریخ انتشار: ۱۴۰۲/۵/۲۰ • نوع مطالعه: پژوهشی

[DOI: 10.61186/jsdp.20.1.171]

Fourier series and trigonometric functions are used in the "then" part of the fuzzy rules. This type of nonlinear function is taken from functional link models. The advantage of the non-linear then part is, in addition to more accurate system identification, the number of fuzzy rules is less.
In order to check and evaluate the performance of the network in system identification, the input-output information of two physical systems (a DC motor and a flexible robot arm) has been applied to the type-2 recurrent fuzzy neural network. This research is completely experimental and practical, in other words, it is the use of artificial intelligence techniques in operational work. In addition to presenting a new neural network, generating a suitable signal to stimulate the system, extracting data from practical systems, data pre-processing (removing outliers, estimating missing data, and normalizing data) is among the innovations of this article. In the simulation, the root mean square error criterion shows that the proposed method has a better performance than other methods. The RMSE criterion, which indicates the accuracy of the model, was less than 0.001 for example 1 and less than 0.002 for example 2, which are very suitable numbers.

Keywords: **Recurrent Type-2 Fuzzy Neural Network, System Identification, Nonlinear "Then" Part**.

۱- مقدمه

الگوسازی همواره یک امر ضروری و مهم در تحلیل و بررسی سامانه‌های واقعی بوده است. برای دانستن رفتار سامانه در همان لحظه و یا لحظات آینده و حتی شبیه‌سازی سامانه‌های واقعی، الگوها می‌توانند بسیار مؤثر باشند. در علوم مهندسی، الگوها همواره برای طراحی فرایند جدید و تحلیل فرایندهای موجود موردنیاز بوده و هستند **[۱]**. شناسایی سامانه به استفاده از روش‌های آماری برای ساخت الگوهای ریاضی از سامانه‌های پویا، با داده‌های اندازه‌گیری‌شده، اطلاق می‌شود. روش‌های گوناگونی برای شناسایی سامانه مطرح شده است که در یک تقسیم‌بندی، به دو دستهٔ کلی تقسیم می‌شوند: ۱. شناسایی سامانه مبتنی بر نظریهٔ کنترل، شامل کمینه مربعات بازگشتی **[۳]**، فیلتر کالمن **[۴]**، سری‌های ولترا **[۵]** و ۲. شناسایی سامانه مبتنی بر هوش محاسباتی شامل شبکه‌های عصبی **[۶]**، سامانه‌های فازی **[۷]**، شناسایی پارامتری با الگوریتم تجمع ذرات **[۸]** و .... در این مقاله، تمرکز بر شناسایی سامانه مبتنی بر روش‌های هوش محاسباتی (شبکه‌های عصبی، سامانه‌های فازی و ...) است. سامانه‌های فازی نوع-۲ دارای دقّت بالاتری نسبت به سامانه‌های فازی نوع-۱ هستند **[۱۱-۹]**. در زمینهٔ شناسایی سامانه با الگوهای فازی نوع-۲، کارهای گوناگونی انجام شده است. در ادامه تعدادی از جدیدترین این کارها بررسی می‌شوند. در **[۱۲]** یک شبکهٔ عصبی فازی نوع-۲ خودتنظیم بازگشتی جهت شناسایی سامانه ارائه شده است که در آن از بازخورد کوتاه، حول نرون قسمت "آنگاه" استفاده شده است. در مقالهٔ یادشده، از توابع تانژانت هیپربولیک در قسمت "آنگاه" قواعد استفاده شده است. در **[۱۳]** نیز یک شبکهٔ عصبی فازی نوع-۲ بازگشتی جهت شناسایی سامانه ارائه شده است که در آن، بازخورد از لایهٔ سوم به لایهٔ اول اعمال شده است. این مسأله باعث زیادشدن تعداد ورودی‌ها، زیادشدن تعداد توابع عضویت و در نهایت منجر به کندی سامانه می‌شود. در مقالهٔ مذکور، یک موتور **DC** به‌صورت جعبهٔ سیاه مورد شناسایی سامانه قرار گرفته است. در **[۱۴]** یک شبکهٔ عصبی فازی نوع-۲ غیربازگشتی مبتنی بر پیوند تابعی[۱] جهت شناسایی سامانه ارائه شده است. پیوند تابعی در واقع، ترکیبی از توابع ورودی‌ست که به شبکه اعمال می‌شود؛ اما در مقالهٔ مذکور به‌طور دقیق مشخص نشده که در نهایت، چه توابع جبری، یا مثلثاتی (و یا ترکیبی) استفاده شده‌اند. در **[۱۵]** یک شبکهٔ عصبی فازی نوع-۲ بازگشتی جهت شناسایی سامانه‌های غیرخطی و تغییرپذیر با زمان ارائه شده است. از ایرادات **[۱۵]** می‌توان، نیاز به دانش اولیه از مرتبهٔ سامانه و تعداد تأخیرهای مناسب جهت الگوسازی سامانه را نام برد. مسألهٔ دیگر که خیلی کم بررسی شده است، وجود قواعد فازی با قسمت "آنگاه" غیرخطی است **[۱۸-۱۶]**. در **[۱۶]** از سامانه فازی نوع-۱ با قسمت "آنگاه" غیرخطی برای کنترل توربین باد استفاده شده است. به نظر می‌رسد ایراد این کار استفاده از الگو فضای حالت سامانه در قسمت "آنگاهِ" قواعد فازی است، به عبارت دیگر، سامانه فازی متکی به الگوی ریاضی سامانه می‌شود و این مسأله با فلسفه سامانه‌های فازی که همان استفاده از اطلاعات غیردقیق و نامعین بود، در تناقض است.

نوآوری‌های مقاله عبارتند از: ارائهٔ یک الگو جدید از شبکه‌های عصبی فازی نوع-۲ که تاکنون در هیچ مقاله، یا منبعی ارائه نشده و به‌طورکامل ابداعی است. نوآوری

[۱] Functional-Link

[DOI: 10.61186/jsdp.20.1.171]

دیگر، انجام کار عملیّاتی و آزمایشگاهی با سامانه‌های موتور و ربات بازو بوده که به‌طور طبیعی شامل مراحلی از جمله تولید سیگنال ورودی و اعمال آن به سامانه‌ها، ثبت داده‌ها توسط ثبات، حذف نوفه و داده‌های پرت و ... است.

تفاوت‌های اساسی ساختار شبکهٔ عصبی فازی نوع-۲ بازگشتی در این مقاله با کارهای موجود عبارتند از:

۱- قسمت "آنگاه" غیرخطی که در آن از توابع مثلثاتی استفاده شده است.

۲- نوع بازخورد (از خروجی به لایهٔ "آنگاه" قواعد فازی) که شبکه را بازگشتی می‌کند.

در مورد مزایای هر دو ایدهٔ نوآورانهٔ بالا، در ادامهٔ مقاله بحث می‌شود. نخست، شبکهٔ عصبی فازی نوع-۲ بازگشتی پیشنهادی به‌تفصیل معرفی؛ سپس، در قسمت شبیه-سازی، دو سامانه آزمایشگاهی (موتور **DC** و بازوی ربات منعطف) به‌صورت جعبه سیاه توسط شبکه مذکور شناسایی می‌شوند.

۲- شبکهٔ عصبی فازی نوع-۲ بازگشتی پیشنهادی

در شبکه‌های عصبی فازی نوع-۲ الگو **TSK**[۲]، مانند شبکه‌های نوع-۱، خروجی به‌صورت یک تابع از ورودی‌ها است؛ با این تفاوت که در نوع-۱، خروجی و ضرایب آن مقادیر عددی بوده، ولی در فازی نوع-۲، خروجی و ضرایب آن اعداد فازی هستند **[۲۱]**. در شکل ۱، نمایی از این شبکه نشان داده شده است. قاعدهٔ فازی برای الگو **TSK** نوع-۲ به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$R^j: if\ u_1\ is\ \tilde{A}_1^j\ and\ \dots and\ u_n\ is\ \tilde{A}_n^j\ then\ \tilde{y}_j = C_{j,0} + C_{j,1}u_1 + \dots + C_{j,n}u_n$$

در قاعدهٔ بالا $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ ورودی‌های سامانه، $\{\tilde{A}_1^j, \tilde{A}_2^j, \dots, \tilde{A}_n^j\}$ توابع عضویت فازی نوع-۲، $\tilde{y}_j$ خروجی سامانه (که یک عدد فازی است) و $C_{j,i} \in [c_{j,i} - s_{j,i}, c_{j,i} + s_{j,i}], i = 1,2,\dots,n$ مجموعه-های فازی نوع اول و ضرایب خطی قسمت نتیجه و در آن $c_{j,i}$ مرکز و $s_{j,i}$ عرض توابع عضویت گوسی هستند. در این مقاله قسمت "آنگاه" قاعده بالا به‌صورت یک سری از توابع غیرخطی مثلثّاتی در نظر گرفته می‌شود. هر قاعدهٔ فازی به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} R^j: if\ u_1\ is\ \tilde{A}_1^j\ and\ \dots and\ u_n\ is\ \tilde{A}_n^j\ then\ \tilde{y}_j &= C_{j,0} + C_{j,1}\cos(u_1) \\ &+ C_{j,3}\cos(y(k-1)) \\ &+ C_{j,5}\cos(u_1)\cos(y(k-1)) \\ &+ C_{j,7}\cos(u_1)\cos(y(k-2)) \\ &+ C_{j,9}\cos(u_1)\cos(y(k-3)) \end{aligned}$$

ایدهٔ اصلی این کار از سری فوریه الهام گرفته شده است. هر تابعی را می‌توان با سری فوریه تقریب زد و از آنجا که سری فوریه شامل جملاتی از سینوس و کسینوس است، از سری فوریه ایده گرفته و در قسمت "آنگاه" قواعد فازی از توابع مثلثاتی استفاده شده است. این نوع تابع غیرخطی از الگوهای پیوند تابعی گرفته شده است. برتری قسمت آنگاه غیرخطی علاوه‌بر دقت بیشتر شناسایی سامانه، تعداد قواعد فازی کمتر است. اکنون به بررسی لایه به لایهٔ این ساختار پرداخته می‌شود.

لایهٔ صفر: این لایه، لایهٔ ورودی است. در این لایه به تعداد ورودی‌ها گره وجود دارد.

لایهٔ ۱: این لایه لایهٔ فازی‌ساز است. خروجی این لایه به‌صورت زیر است:

$$^1\mu_{j,i}(u_i, [\sigma_{j,i}, {}^1m_{j,i}]) = e^{-0.5\left(\frac{u_i - {}^1m_{j,i}}{\sigma_{j,i}}\right)^2} \quad (۱)$$

$$^2\mu_{j,i}(u_i, [\sigma_{j,i}, {}^2m_{j,i}]) = e^{-0.5\left(\frac{u_i - {}^2m_{j,i}}{\sigma_{j,i}}\right)^2} \quad (۲)$$

در روابط (۱) و (۲)، u_i ورودی شبکه، $^1m_{j,i}$ و $^2m_{j,i}$ به ترتیب حد پایین و حد بالای مرکز تابع عضویت گوسی، $\sigma_{j,i}$ عرض تابع عضویت گوسی و $^1\mu_{j,i}$ و $^2\mu_{j,i}$ نیز به‌ترتیب درجهٔ عضویت مربوط به $^1m_{j,i}$ و $^2m_{j,i}$ هستند.

لایه ۲: حدّ بالا و حدّ پایین درجهٔ عضویّت به‌صورت زیر به دست می‌آید [۵]:

$$\underline{\mu}_{j,i}(u_i) = {}^1\mu_{j,i}(u_i) * {}^2\mu_{j,i}(u_i)\ ,\ j = 1,2,\dots,M\ ,\ i = 1,2,\dots,n \quad (۳)$$

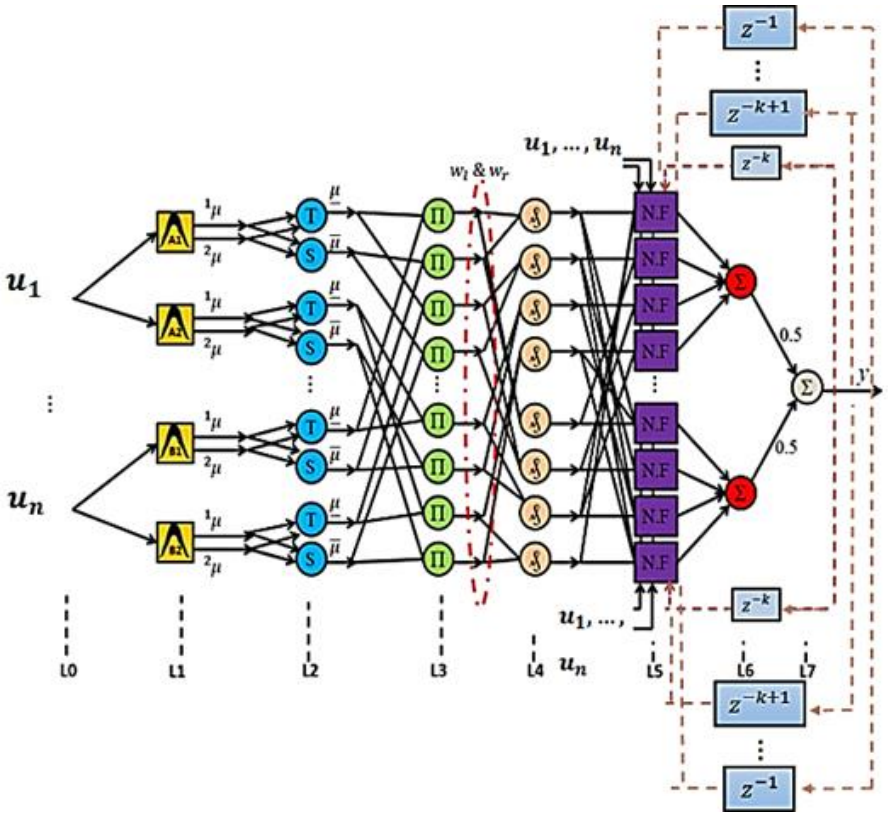
$$\bar{\mu}_{j,i}(u_i) = {}^1\mu_{j,i}(u_i) + {}^2\mu_{j,i}(u_i) - \underline{\mu}_{j,i}(u_i) \quad (۴)$$

لایهٔ ۳: این لایه، لایهٔ قواعد است و یک بازخورد هم در این لایه قرار دارد. در این لایه عملیّات **AND** فازی به‌صورت زیر انجام می‌شود.

$$\underline{f}^j = \prod_{i=1}^n \underline{\mu}_{j,i} \quad ; \quad \bar{f}^j = \prod_{i=1}^n \bar{\mu}_{j,i} \quad (۵)$$

[۲] Takagi-Sugeno-Kang

[DOI: 10.61186/jsdp.20.1.171]



(شکل-۱): ساختار یک شبکهٔ عصبی فازی نوع-۲ الگو TSK

(Figure-1): A TSK type-2 fuzzy neural network

لایه ۴: محاسبات خروجی این لایه با وجود بازخورد به فرم زیر است:

$$f_l^j = \frac{\bar{w}_l^j \bar{f}^j + \underline{w}_l^j \underline{f}^j}{\bar{w}_l^j + \underline{w}_l^j} \quad ; \quad f_r^j = \frac{\bar{w}_r^j \bar{f}^j + \underline{w}_r^j \underline{f}^j}{\bar{w}_r^j + \underline{w}_r^j} \qquad (۶)$$

لایهٔ ۵: این لایه را، لایهٔ قسمت نتیجه می‌نامند.

$$\begin{aligned} y_l^j = {} & c_{j,0} + c_{j,1}\cos(u_1) + c_{j,2}\cos(y(k-1)) + \\ & c_{j,3}\cos(u_1)\cos(y(k-1)) + \\ & c_{j,4}\cos(u_1)\cos(y(k-2)) + \\ & c_{j,5}\cos(u_1)\cos(y(k-3)) - s_{j,0} - \\ & s_{j,1}|\cos(u_1)| - s_{j,2}|\cos(y(k-1))| - \\ & s_{j,3}|\cos(u_1)\cos(y(k-1))| - \\ & s_{j,4}|\cos(u_1)\cos(y(k-2))| - \\ & s_{j,5}|\cos(u_1)\cos(y(k-3))| \end{aligned} \qquad (۷)$$

$$\begin{aligned} y_r^j = {} & c_{j,0} + c_{j,1}\cos(u_1) + c_{j,2}\cos(y(k-1)) + \\ & c_{j,3}\cos(u_1)\cos(y(k-1)) + \\ & c_{j,4}\cos(u_1)\cos(y(k-2)) + \\ & c_{j,5}\cos(u_1)\cos(y(k-3)) + s_{j,0} + \\ & s_{j,1}|\cos(u_1)| + s_{j,2}|\cos(y(k-1))| + \\ & s_{j,3}|\cos(u_1)\cos(y(k-1))| + \\ & s_{j,4}|\cos(u_1)\cos(y(k-2))| + \\ & s_{j,5}|\cos(u_1)\cos(y(k-3))| \end{aligned} \qquad (۸)$$

لایهٔ ۶: این لایه دو گره دارد که عملیّات کاهش نوع (مرتبه) را انجام داده و مرکز ثقل قسمت نتیجه تمام قواعد فازی را محاسبه می‌کند.

$$\hat{y}_l = \frac{\sum_{j=1}^{M} f_l^j y_l^j}{\sum_{j=1}^{M} f_l^j} \qquad (۹)$$

$$\hat{y}_r = \frac{\sum_{j=1}^{M} f_r^j y_r^j}{\sum_{j=1}^{M} f_r^j} \qquad (۱۰)$$

لایه ۷: این لایه یک تک‌گره دارد که خروجی شبکه را محاسبه می‌کند.

$$\hat{y} = \frac{\hat{y}_l + \hat{y}_r}{2} \qquad (۱۱)$$

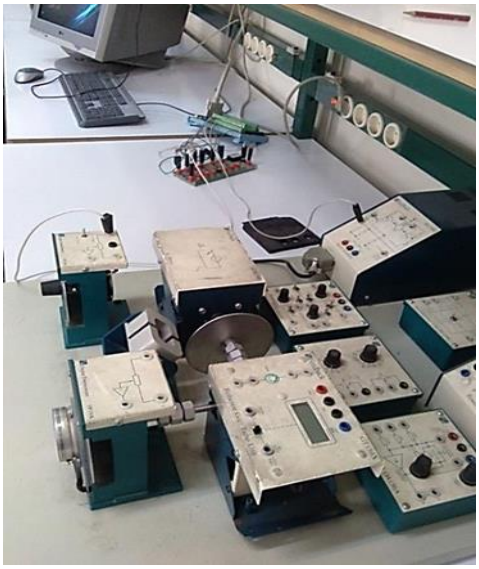
همان‌طورکه در شکل ۱ ملاحظه می‌شود، در لایهٔ ۵ توابع غیرخطی وجود دارند، که در این مقاله به‌صورت مثلثاتی در نظر گرفته شده‌اند. همچنین بازخورد از لایهٔ خروجی (لایه ۷) به لایهٔ ۵ وارد شده است، زیرا بیشتر سامانه‌های واقعی به‌صورت پویا هستند؛ یعنی خروجی در هر لحظه به ورودی و خروجی‌های لحظات قبل هم وابسته است، بنابراین بهتر است برای شناسایی سامانه از الگوهای پویا (دارای بازخورد) استفاده شود [۱۹].

برای آموزش این شبکه از الگوریتم پس‌انتشار خطا استفاده شده است. در این روش به‌ازای هر ورودی، خروجی شبکه محاسبه می‌شود، سپس خطا محاسبه می‌شود. نخست، فرض کنید جفت داده ورودی- خروجی یادگیری شبکه به‌صورت $\{(u_p: t_p)\}\ \forall p = 1, \dots, q$ در اختیار باشد، سپس با استفاده از روابط قسمت پیوست، محاسبات لازم انجام می‌شود.

[DOI: 10.61186/jsdp.20.1.171]

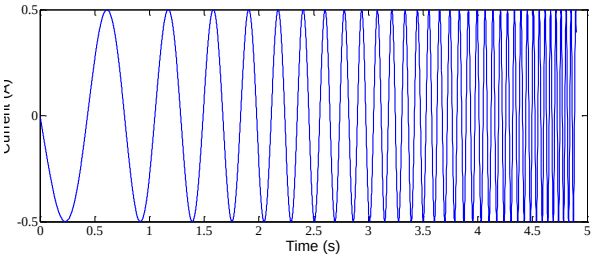
۳- شبیه‌سازی

مثال ۱: یک موتور **DC** در آزمایشگاه کنترل خودکار دانشگاه صنعتی امیرکبیر در شکل۲ نشان داده شده است.



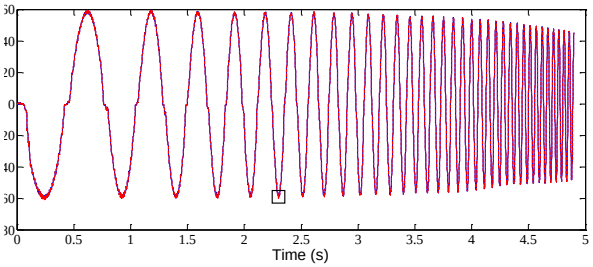
(شکل-۲): یک موتور DC آزمایشگاهی
(Figure-2): An experimental DC motor

$u(k), k = 1, \ldots, 4900$ به‌عنوان ورودی، که از جنس جریان استاتور است، به موتور اعمال کرده و تعداد 4900 خروجی از جنس سرعت روتور از سامانه گرفته می‌شود. در شکل۳ ورودی نشان داده شده است.



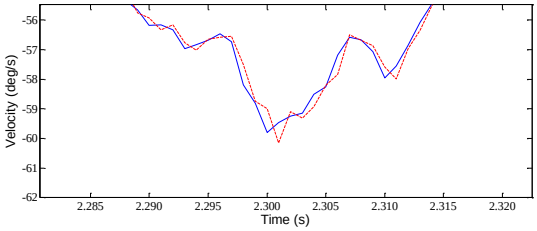
(شکل-۳): جریان استاتور (ورودی)
(Input) (Figure-3): The stator current

در شکل۴ نتایج الگوسازی و شناسایی موتور **DC** با استفاده از شبکهٔ عصبی فازی نوع-۲ بازگشتی پیشنهادی نشان داده شده است.



(شکل-۴): نتایج الگوسازی و شناسایی موتور DC با استفاده از شبکه عصبی فازی نوع-۲ بازگشتی پیشنهادی
(Figure-4): The results of modelling and identification of DC motor using the proposed recurrent type-2 fuzzy neural network

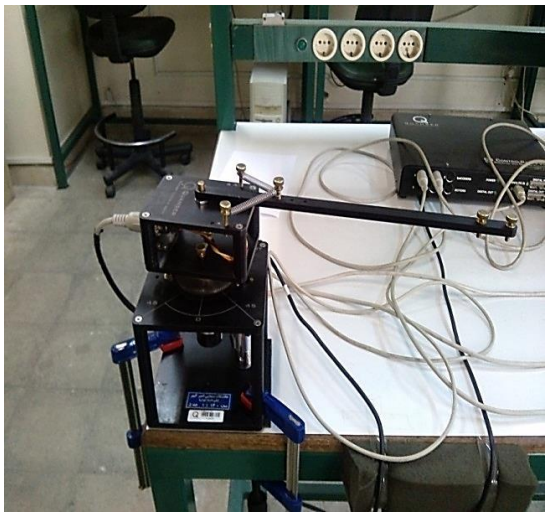
در شکل ۵، مربع کوچک مشخص‌شده در شکل۴ بزرگ‌نمایی شده است.



(شکل- ۵): بزرگ‌نمایی قسمتی از شکل ۴
(Figure-5): The zooming of the area of figure 4

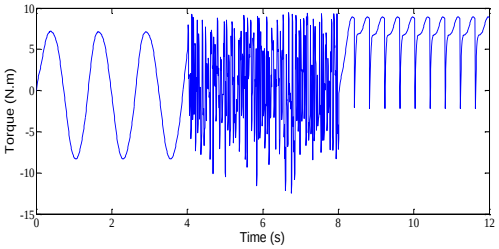
مقادیر نهایی شاخص‌های شبکهٔ عصبی فازی نوع-۲ بازگشتی پیشنهادی، که الگوی شناسایی‌شدهٔ موتور **DC** است، در جدول ۲ نشان داده شده است.

مثال ۲: در شکل ۶ یک ربات بازو با مفصل انعطاف‌پذیر[۳] نشان داده شده است.



(شکل- ۶): ربات بازو با مفصل انعطاف‌پذیر
(Figure-6): The flexible joint robot arm

در این سامانه یک سیگنال ورودی مطابق شکل ۷ از جنس گشتاور به تعداد $u(k), k = 1, \ldots, 1200$ نمونه ایجاد شده و به ربات اعمال می‌شود.

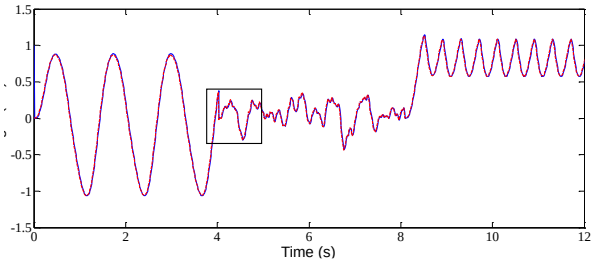


(شکل- ۷): سیگنال ورودی اعمال‌شده به ربات بازو
(Figure-7): The input signal applied to robot arm

در شکل ۸، نتایج الگوسازی و شناسایی ربات بازوی انعطاف‌پذیر با استفاده از شبکهٔ عصبی فازی نوع-۲ بازگشتی پیشنهادی نشان داده شده است.

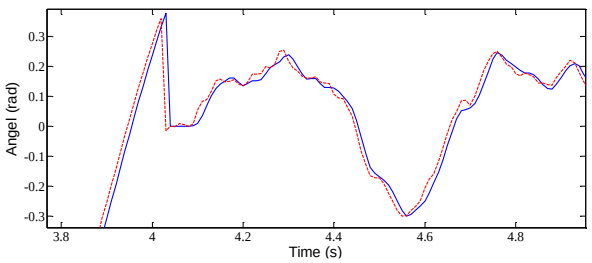
[۳] واقع در آزمایشگاه کنترل خودکار، دانشکده برق و مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر.

[DOI: 10.61186/jsdp.20.1.171]



(شکل- ۸): نتایج الگوسازی و شناسایی ربات بازوی انعطاف‌پذیر با استفاده از شبکهٔ عصبی فازی نوع-۲ بازگشتی پیشنهادی

(Figure-8): The results of modelling and identification of flexible robot arm using the proposed recurrent type-2 fuzzy neural network



(شکل-۹): مربع کوچک‌نشان‌داده‌شده در شکل ۸

(Figure-9): The small square shown in the figure 8

جهت نمایش بهتر دقت شبکهٔ عصبی فازی نوع-۲ بازگشتی پیشنهادی در شناسایی سامانه، در شکل ۹، مربع کوچک نشان داده شده در شکل ۸، بزرگ‌نمایی شده است.

پس از آموزش، شبکهٔ عصبی فازی نوع-۲ بازگشتی پیشنهادی دارای ۴ قاعدهٔ فازی نوع-۲ است و مقادیر نهایی شاخص‌های آن در جدول ۳ نشان داده شده است.

در جدول ۴، شبکهٔ عصبی فازی نوع-۲ بازگشتی پیشنهادی با روش‌های مراجع [۲۰] و [۲۱] در شناسایی مثال‌های ۱ و ۲ با هم مقایسه شده‌اند.

(جدول- ۲): مقادیر نهایی شاخص‌هایی از شبکهٔ عصبی فازی نوع-۲ بازگشتی پیشنهادی در الگوسازی موتور DC

(Table-2): The final parameters of the proposed recurrent type-2 fuzzy neural network in DC motor modelling

		$^1m_{ij}$		$^2m_{ij}$	σ_{ij}	
Antecedent parameters	u(k)	$^1m_{11}=-0.443$ $^1m_{21}=-0.081$ $^1m_{31}=0.376$		$^2m_{11}=-0.212$ $^2m_{21}=0.113$ $^2m_{31}=0.461$	$\sigma_{11}=0.1$ $\sigma_{21}=0.522$ $\sigma_{31}=0.284$	
	y(k-1)	$^1m_{12}=-40.353$ $^1m_{22}=-11.269$ $^1m_{32}=29.552$		$^2m_{12}=-46.722$ $^2m_{22}=9.739$ $^2m_{32}=48.119$	$\sigma_{12}=8.439$ $\sigma_{22}=10.266$ $\sigma_{32}=3.176$	
fourth layer adaptive weights	$\bar{w}_r^1=1.01$	$\underline{w}_r^1=0.94$		$\bar{w}_l^1=0.88$	$\underline{w}_l^1=0.21$	
	$\bar{w}_r^2=1.25$	$\underline{w}_r^2=1.06$		$\bar{w}_l^2=0.91$	$\underline{w}_l^2=0.26$	
	$\bar{w}_r^3=0.95$	$\underline{w}_r^3=0.61$		$\bar{w}_l^3=0.54$	$\underline{w}_l^3=0.5$	
consequent parameters	Rule 1	Rule 2	Rule 3	Rule 1	Rule 2	Rule 3
	$s_{1,0}=1$	$s_{2,0}=1$	$s_{3,0}=1$	$c_{1,0}=1.2$	$c_{2,0}=1$	$c_{3,0}=1.09$
	$s_{1,1}=.92$	$s_{2,1}=.9$	$s_{3,1}=1$	$c_{1,1}=1$	$c_{2,1}=1$	$c_{3,1}=1$
	$s_{1,2}=1.1$	$s_{2,2}=1$	$s_{3,2}=1$	$c_{1,2}=1.4$	$c_{2,2}=1$	$c_{3,2}=.76$
	$s_{1,3}=.9$	$s_{2,3}=.89$	$s_{3,3}=.9$	$c_{1,3}=1$	$c_{2,3}=0.91$	$c_{3,3}=1.12$
	$s_{1,4}=1.1$	$s_{2,4}=1$	$s_{3,4}=1$	$c_{1,4}=1$	$c_{2,4}=0.89$	$c_{3,4}=1$
	$s_{1,5}=1$	$s_{2,5}=.7$	$s_{3,5}=.62$	$c_{1,5}=1$	$c_{2,5}=1$	$c_{3,5}=1.8$

(جدول- ۳): مقادیر نهایی شاخص‌های از شبکه عصبی فازی نوع-۲ بازگشتی پیشنهادی در الگوسازی بازوی منعطف

(Table-3): The final parameters of the proposed recurrent type-2 fuzzy neural network in flexible robot arm modelling

			$^1m_{ij}$		$^2m_{ij}$		σ_{ij}	
Antecedent parameters	u(k)		$^1m_{11}=-9.01$ $^1m_{21}=-4.67$ $^1m_{31}=0.44$ $^1m_{41}=5.39$		$^2m_{11}=-7.21$ $^2m_{21}=-1.52$ $^2m_{31}=3.74$ $^2m_{41}=8.51$		$\sigma_{11}=1.38$ $\sigma_{21}=1.1$ $\sigma_{31}=7.89$ $\sigma_{41}=2.35$	
	y(k-1)		$^1m_{12}=-1.03$ $^1m_{22}=-0.4$ $^1m_{32}=0.83$		$^2m_{12}=-0.22$ $^2m_{22}=0.32$ $^2m_{32}=1.08$		$\sigma_{12}=1.7$ $\sigma_{22}=0.54$ $\sigma_{32}=1.36$	
fourth layer adaptive weights	$\bar{w}_r^1=1.92$		$\underline{w}_r^1=1.5$		$\bar{w}_l^1=1.0$		$\underline{w}_l^1=0.63$	
	$\bar{w}_r^2=1.66$		$\underline{w}_r^2=0.92$		$\bar{w}_l^2=0.71$		$\underline{w}_l^2=0.06$	
	$\bar{w}_r^3=0.8$		$\underline{w}_r^3=0.7$		$\bar{w}_l^3=0.56$		$\underline{w}_l^3=0.43$	
	$\bar{w}_r^4=1.87$		$\underline{w}_r^4=0.94$		$\bar{w}_l^4=0.85$		$\underline{w}_l^4=0.77$	
consequent parameters	Rule 1	Rule 2	Rule 3	Rule 4	Rule 1	Rule 2	Rule 3	Rule 4
	$s_{1,0}=0.4$	$s_{2,0}=0.33$	$s_{3,0}=0.27$	$s_{4,0}=0.52$	$c_{1,0}=1$	$c_{2,0}=1.4$	$c_{3,0}=1$	$c_{4,0}=1.4$
	$s_{1,1}=0.55$	$s_{2,1}=0.39$	$s_{3,1}=0.48$	$s_{4,1}=0.43$	$c_{1,1}=1.1$	$c_{2,1}=1$	$c_{3,1}=1$	$c_{4,1}=1$

[DOI: 10.61186/jsdp.20.1.171]

	$s_{1,2}=1$	$s_{2,2}=1$	$s_{3,2}=1$	$s_{4,2}=1$	$c_{1,2}=1$	$c_{2,2}=1.32$	$c_{3,2}=0.81$	$c_{4,2}=0.93$
	$s_{1,3}=0.43$	$s_{2,3}=0.39$	$s_{3,3}=0.65$	$s_{4,3}=.9$	$c_{1,3}=1$	$c_{2,3}=1$	$c_{3,3}=1.65$	$c_{4,3}=1.82$
	$s_{1,4}=0.62$	$s_{2,4}=1$	$s_{3,4}=1$	$s_{4,4}=1$	$c_{1,4}=1$	$c_{2,4}=1.09$	$c_{3,4}=1$	$c_{4,4}=1$
	$s_{1,5}=0.87$	$s_{2,5}=0.1$	$s_{3,5}=1$	$s_{4,5}=1$	$c_{1,5}=1.1$	$c_{2,5}=1$	$c_{3,5}=1.55$	$c_{4,5}=1.9$

(جدول- ۴): مقایسه شبکهٔ عصبی فازی نوع-۲ بازگشتی پیشنهادی، [۲۰] و [۲۱]

(Table-4): Comparison between the proposed recurrent type-2 fuzzy neural network, [20] and [21]

مثال ۱	تعداد قواعد فازی	زمان اجرا	**RMSE**
مرجع [۲۰]	4	6	**0.00353**
مرجع [۲۱]	4	7	**0.00277**
روش پیشنهادی ما	3	8	**0.00081**
مثال ۲	تعداد قواعد فازی	زمان اجرا	**RMSE**
مرجع [۲۰]	6	4	**0.00437**
مرجع [۲۱]	5	5	**0.00291**
روش پیشنهادی ما	4	5	**0.0014**

همان‌طورکه در جدول ۴ مشاهده می‌شود، جذر میانگین مربعات خطا[1] با استفاده از شبکهٔ عصبی فازی نوع-۲ بازگشتی پیشنهادی کمتر از روش‌های مراجع [۲۰] و [۲۱] است و به عبارتی دقت شناسایی سامانه روش پیشنهادی به مراتب بهتری از روش مراجع [۲۰] و [۲۱] است. همچنین در روش پیشنهادی به تعداد قواعد فازی کمتری جهت شناسایی سامانه نیاز است. اما زمان اجرای برنامه در روش پیشنهادی اندکی طولانی‌تر از روش مراجع [۲۰] و [۲۱] است و این مسأله به‌دلیل حجم محاسبات بیشتر و وجود توابع مثلثاتی است. ازآنجاکه سری فوریه در ریاضیات، روشی برای بیان یک تابع به‌صورت مجموع چندین موج سینوسی است، با استفاده از آن، می‌توان یک تابع پویا را به‌صورت حاصل جمع چندین تابع نوسانی بیان کرد. از طرف دیگر، با توجّه به اینکه در این مقاله از فرضیهٔ سری فوریه در ساختار شبکهٔ عصبی استفاده شده است، ساختار شبکه عصبی پیشنهادی ضمن داشتن مزایای شبکه‌های عصبی و سامانه فازی نوع-۲، دارای مزایای سری فوریه در تقریب توابع نیز هست. به‌طور طبیعی دلیل دقت بالای شبکهٔ عصبی پیشنهادی علاوه‌بر مورد مذکور، می‌تواند مواردی از قبیل تعیین مقادیر اولیهٔ شاخص‌ها با روش خوشه‌بندی، تعیین مناسب مقدار گام آموزش و نیز تجربهٔ بالای نویسندگان در زمینه مربوط به آن باشد. تعداد نرون‌ها با هدف رسیدن به دقت مطلوب تعیین و تنظیم می‌شود و برای هر مسأله متفاوت است. مقادیر اولیهٔ شاخص‌های شبکهٔ عصبی (مرکز و عرض توابع گوسی، وزن‌ها و ...)، به‌طور معمول با سعی و خطا تعیین می‌شوند، اما در این مقاله تجربهٔ نویسندگان و استفاده از روش‌های مربوط، به بهبود کار کمک شایانی کرده است.

۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک ساختار جدید از شبکه‌های عصبی فازی نوع-۲ بازگشتی، جهت شناسایی سامانه ارائه و نوآوری‌های روش پیشنهادی از سه جنبه بررسی شد؛ مورد اول وجود توابع مثلثاتی در قسمت "آنگاه" قواعد فازی نوع-۲؛ مورد دوم، اعمال بازخورد با چند تأخیر از خروجی به لایهٔ قسمت "آنگاه" قواعد فازی و در نهایت، مورد سوم، استخراج داده و اعمال تکنیک‌های پردازش داده در سامانه‌های عملی و آزمایشگاهی موجود، که شامل دو سامانه آزمایشگاهی (موتور **DC** و بازوی ربات منعطف) بوده، به‌صورت جعبه سیاه بررسی و با اعمال ورودی، خروجی متناظر دریافت شد. سپس، این جفت داده‌ها جهت آموزش شبکه عصبی فازی نوع-۲ بازگشتی پیشنهادی استفاده شد. نتایج شبیه‌سازی و مقایسه با دو روش دیگر حاکی از دقت مطلوب روش پیشنهادی است، چراکه روش پیشنهادی علاوه‌بر داشتن مزایای شبکه‌های عصبی فازی، مزایای تقریب توابع با سری فوریه را نیز دارد.

[1] Root Mean Square Error (RMSE)

مراجع

[1] A. Rabbani, A. Karimpor, Identification and Modeling of Gas Turbine and Response Investigation of the Model to the Frequency Variation of Grid Power. Journal of Control. Vol. 12, no. 3, pp.77-87, 2018. Doi: 10.29252/joc.12.3.77.

[2] W. Greblicki and M. Pawlak, "The Weighted Nearest Neighbor Estimate for Hammerstein System Identification," in IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 64, no. 4, pp. 1550-1565, April 2019, doi: 10.1109/TAC.2018.2866463.

[3] M. Lin, C. Cheng, Z. Peng, X. Dong, Y. Qu, and G. Meng, Nonlinear dynamical system identification using the sparse regression and separable least squares methods, Journal of Sound and Vibration, vol. 505, pp. 116141,

[DOI: 10.61186/jsdp.20.1.171]

2021. https://doi.org/10.1016/j.jsv.2021.116141.
[4] E. Ghorbani, O. Buyukozturk, and Y. J. Cha, Hybrid output-only structural system identification using random decrement and Kalman filter, Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 144, pp. 106977, 2020. https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2020.106977.
[5] E. Yazid, C. Y. Ng, Identification of time-varying linear and nonlinear impulse response functions using parametric Volterra model from model test data with application to a moored floating structure, Ocean Engineering, vol. 219, pp. 108370, 2021. https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2020.108370.
[6] M. Jalanko, Y. Sanchez, V. Mahalec, P. Mhaskar, Adaptive system identification of industrial ethylene splitter: A comparison of subspace identification and artificial neural networks, Computers & Chemical Engineering, Vol. 147, 2021. https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2021.107240.
[7] H. L. Lyu, W. Wang, X. P. Liu, System identification of fuzzy relation matrix models by semi-tensor product operations, Fuzzy Sets and Systems, vol. 440, pp. 77-89, 2021. https://doi.org/10.1016/j.fss.2021.06.004.
[8] L. Xu, B. Song & M. Cao "An improved particle swarm optimization algorithm with adaptive weighted delay velocity", Systems Science & Control Engineering, vol. 9, no. 1, pp. 188-197, 2021. https://doi.org/10.1080/21642583.2021.1891153.
[9] J. Tavoosi, A. Suratgar, and M. Menhaj, "Stable ANFIS2 for Nonlinear System Identification". Neurocomputing, vol. 182, pp. 235-246, 2016. https://doi.org/10.1016/j.neucom.2015.12.030.
[10] J. Tavoosi, A. Suratgar, and M. Menhaj, "Nonlinear system identification based on a self-organizing type-2 fuzzy RBFN". Engineering Applications of Artificial Intelligence, vol. 54, pp. 26-38, 2016. https://doi.org/10.1016/j.engappai.2016.04.006.
[11] J. Tavoosi, A. Mohammadzadeh, K. Jermsittiparsert, A review on type-2 fuzzy neural networks for system identification, Soft Computing, vol. 25, no. 10, pp. 7197-7212, 2021. https://doi.org/10.1007/s00500-021-05686-5.
[12] H. Wang, C. Luo, and X. Wang, "Synchronization and identification of nonlinear systems by using a novel self-evolving interval type-2 fuzzy LSTM-neural network". Engineering Applications of Artificial Intelligence, vol. 81, pp.79-93, 2019. https://doi.org/10.1016/j.engappai.2019.02.002.
[13] A. M. El-Nagar, "Nonlinear dynamic systems identification using recurrent interval type-2 TSK fuzzy neural network – A novel structure". ISA Transactions, vol. 72, pp.205-217, 2018. https://doi.org/10.1016/j.isatra.2017.10.012.
[14] C. M. Lin, T. L. Le and Huynh, "Self-evolving function-link interval type-2 fuzzy neural network for nonlinear system identification and control". Neurocomputing, vol. 275, pp.2239-2250, 2019. https://doi.org/10.1016/j.neucom.2017.11.009.
[15] Y. -Y. Lin, J. -Y. Chang, N. R. Pal and C. -T. Lin, "A Mutually Recurrent Interval Type-2 Neural Fuzzy System (MRIT2NFS) With Self-Evolving Structure and Parameters," in IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 21, no. 3, pp. 492-509, June 2013, doi: 10.1109/TFUZZ.2013.2255613.
[16] H. Moodi and D. Bustan, "Wind turbine control using T-S systems with nonlinear consequent parts". Energy, vol. 172, pp.922-931, 2019. https://doi.org/10.1016/j.energy.2019.01.133.
[17] J. Dong, Y. Wang and G. -H. Yang, "Control Synthesis of Continuous-Time T-S Fuzzy Systems with Local Nonlinear Models," in IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), vol. 39, no. 5, pp. 1245-1258, Oct. 2009, doi: 10.1109/TSMCB.2009.2014961.
[18] H. Moodi, M. Farrokhi, "Robust observer-based controller design for Takagi-Sugeno systems with nonlinear consequent parts". Fuzzy Sets Systems. vol. 273, no. 15, p. 141-154, 2015. https://doi.org /10.1016/j.fss.2015.01.007.
[19] P. Agand, M. A. Shoorehdeli, A. Khaki-Sedigh. "Adaptive recurrent neural network with Lyapunov stability learning rules for robot dynamic terms identification". Engineering Applications of Artificial Intelligence, vol. 65, p. 1-11, 2017. https://doi.org/10.1016/j.engappai.2017.07.009.
[20] Y. -Y. Lin, S. -H. Liao, J. -Y. Chang and C. -T. Lin, "Simplified Interval Type-2 Fuzzy Neural Networks," in IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, vol. 25, no. 5, pp. 959-969, May 2014, doi: 10.1109/TNNLS.2013.2284603.
[21] J. Tavoosi, A. A. Suratgar, M. B. Menhaj, A. Mosavi, A. Mohammadzadeh, and E. Ranjbar, "Modeling Renewable Energy Systems by a Self-Evolving Nonlinear Consequent Part Recurrent Type-2 Fuzzy System for Power Prediction," *Sustainability*, vol. 13, no. 6, pp. 3301, Mar. 2021, doi: 10.3390/su13063301. [Online]. Available: http://dx.doi.org/10.3390/su13063301.

سجاد یوسفی فارغ‌التحصیل دورهٔ کارشناسی ارشد رشته مهندسی برق – الکترونیک است. ایشان هم‌اکنون عضو هیئت علمی دانشگاه فنی و حرفه‌ای است. حوزهٔ تخصصی ایشان الکترونیک دیجیتال، هوش‌مصنوعی و ماشین‌های الکتریکی است.

[DOI: 10.61186/jsdp.20.1.171]

پیوست

در این قسمت فرآیند آموزش شبکه تشریح می‌شود. خطای خروجی شبکه به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$e_p = t_p - \hat{y}_p, \quad (۱۲)$$

$$E_p = \frac{1}{2}e_p^2 = \frac{1}{2}\left(t_p - \hat{y}_p\right)^2 \quad (۱۳)$$

$$E = \sum_{p=1}^{q} E_p \quad (۱۴)$$

در رابطه فوق q تعداد کل جفت داده‌های آموزش است. در روابط (۱۵) تا (۳۹) روابط به‌روزرسانی پارامترهای مجهول شبکهٔ عصبی فازی نوع-۲ بازه‌ای الگو TSK بیان شده است.

در روابط بالا $j = 1,2,\dots,M$ تعداد قواعد است. در روابط (۱۵) تا (۲۶) به‌روزرسانی شاخص‌های قسمت نتیجه بیان شده است.

$$^{new}c_{j,0} = {}^{old}c_{j,0} + \eta * 0.5 * e_p * \left[\frac{f_l^j}{\sum_{j=1}^{M} f_l^j} + \frac{f_r^j}{\sum_{j=1}^{M} f_r^j}\right] \quad (۱۵)$$

$$^{new}c_{j,1} = {}^{old}c_{j,1} + \eta * 0.5 * e_p * \left[\frac{f_l^j}{\sum_{j=1}^{M} f_l^j} + \frac{f_r^j}{\sum_{j=1}^{M} f_r^j}\right] * \cos(u_1) \quad (۱۶)$$

$$^{new}c_{j,2} = {}^{old}c_{j,2} + \eta * 0.5 * e_p * \left[\frac{f_l^j}{\sum_{j=1}^{M} f_l^j} + \frac{f_r^j}{\sum_{j=1}^{M} f_r^j}\right] * \cos(y(k-1)) \quad (۱۷)$$

$$^{new}c_{j,3} = {}^{old}c_{j,3} + \eta * 0.5 * e_p * \left[\frac{f_l^j}{\sum_{j=1}^{M} f_l^j} + \frac{f_r^j}{\sum_{j=1}^{M} f_r^j}\right] * \cos(u_1)\cos(y(k-1)) \quad (۱۸)$$

$$^{new}c_{j,4} = {}^{old}c_{j,4} + \eta * 0.5 * e_p * \left[\frac{f_l^j}{\sum_{j=1}^{M} f_l^j} + \frac{f_r^j}{\sum_{j=1}^{M} f_r^j}\right] * \cos(u_1)\cos(y(k-2)) \quad (۱۹)$$

$$^{new}c_{j,5} = {}^{old}c_{j,5} + \eta * 0.5 * e_p * \left[\frac{f_l^j}{\sum_{j=1}^{M} f_l^j} + \frac{f_r^j}{\sum_{j=1}^{M} f_r^j}\right] * \cos(u_1)\cos(y(k-3)) \quad (۲۰)$$

$$^{new}s_{j,0} = {}^{old}s_{j,0} + \eta * 0.5 * e_p * \left[\frac{f_l^j}{\sum_{j=1}^{M} f_l^j} - \frac{f_r^j}{\sum_{j=1}^{M} f_r^j}\right] \quad (۲۱)$$

$$^{new}s_{j,1} = {}^{old}s_{j,1} + \eta * 0.5 * e_p \left[\frac{f_l^j}{\sum_{j=1}^{M} f_l^j} - \frac{f_r^j}{\sum_{j=1}^{M} f_r^j}\right] * |\cos(u_1)| \quad (۲۲)$$

$$^{new}s_{j,2} = {}^{old}s_{j,2} + \eta * 0.5 * e_p * \left[\frac{f_l^j}{\sum_{j=1}^{M} f_l^j} - \frac{f_r^j}{\sum_{j=1}^{M} f_r^j}\right] * |\cos(y(k-1))| \quad (۲۳)$$

$$^{new}s_{j,3} = {}^{old}s_{j,3} + \eta * 0.5 * e_p \left[\frac{f_l^j}{\sum_{j=1}^{M} f_l^j} - \frac{f_r^j}{\sum_{j=1}^{M} f_r^j}\right] * |\cos(u_1)\cos(y(k-1))| \quad (۲۴)$$

$$^{new}s_{j,4} = {}^{old}s_{j,4} + \eta * 0.5 * e_p \left[\frac{f_l^j}{\sum_{j=1}^{M} f_l^j} - \frac{f_r^j}{\sum_{j=1}^{M} f_r^j}\right] * |\cos(u_1)\cos(y(k-2))| \quad (۲۵)$$

$$^{new}s_{j,5} = {}^{old}s_{j,5} + \eta * 0.5 * e_p \left[\frac{f_l^j}{\sum_{j=1}^{M} f_l^j} - \frac{f_r^j}{\sum_{j=1}^{M} f_r^j}\right] * |\cos(u_1)\cos(y(k-3))| \quad (۲۶)$$

روابط به‌روزرسانی وزنهای راست و چپ به‌صورت زیر است:

$$^{new}\underline{w}_l^j = {}^{old}\underline{w}_l^j + \eta * 0.5 * e_p \cdot \frac{y_l^j - \hat{y}_l}{\sum_{i=1}^{M} f_l^i} * \frac{\underline{f}^j - f_l^j}{\bar{w}_l^j + \underline{w}_l^j} \quad (۲۷)$$

[DOI: 10.61186/jsdp.20.1.171]

$$^{new}\overline{w}_l^j = {}^{old}\overline{w}_l^j + \eta * 0.5 * e_p * \frac{y_l^j - \hat{y}_l}{\sum_{i=1}^{M} f_l^i} * \frac{\bar{f}^j - f_l^j}{\overline{w}_l^j + \underline{w}_l^j} \quad (۲۸)$$

$$^{new}\underline{w}_r^j = {}^{old}\underline{w}_r^j + \eta * 0.5 * e_p * \frac{y_r^j - \hat{y}_r}{\sum_{i=1}^{M} f_r^i} * \frac{\underline{f}^j - f_r^j}{\overline{w}_r^j + \underline{w}_r^j} \quad (۲۹)$$

$$^{new}\overline{w}_r^j = {}^{old}\overline{w}_r^j + \eta * 0.5 * e_p * \frac{y_r^j - \hat{y}_r}{\sum_{i=1}^{M} f_r^i} * \frac{\bar{f}^j - f_r^j}{\overline{w}_r^j + \underline{w}_r^j} \quad (۳۰)$$

روابط به‌روزرسانی پارامترهای قسمت شرط، یعنی مرکز و انحراف معیار توابع عضویت گوسی به‌صورت روابط (۳۱) تا (۳۳) است.

$$^{1}m_{k,i}^{new} = {}^{1}m_{k,i}^{old} + \eta * 0.5 * e_p \left[\frac{y_l^k - \hat{y}_l}{\sum_{j=1}^{M} f_l^j} * \frac{\partial f_l^k}{\partial\, ^{1}m_{k,i}} + \frac{y_r^k - \hat{y}_r}{\sum_{j=1}^{M} f_r^j} * \frac{\partial f_r^k}{\partial\, ^{1}m_{k,i}}\right] \quad (۳۱)$$

$$^{2}m_{k,i}^{new} = {}^{2}m_{k,i}^{old} + \eta * 0.5 * e_p \left[\frac{y_l^k - \hat{y}_l}{\sum_{j=1}^{M} f_l^j} * \frac{\partial f_l^k}{\partial\, ^{2}m_{k,i}} + \frac{y_r^k - \hat{y}_r}{\sum_{j=1}^{M} f_r^j} * \frac{\partial f_r^k}{\partial\, ^{2}m_{k,i}}\right] \quad (۳۲)$$

$$\sigma_{k.i}^{new} = \sigma_{k.i}^{old} + \eta * 0.5 * e_p \left[\frac{y_l^k - \hat{y}_l}{\sum_{j=1}^{M} f_l^j} * \frac{\partial f_l^k}{\partial \sigma_{k,i}} + \frac{y_r^k - \hat{y}_r}{\sum_{j=1}^{M} f_r^j} * \frac{\partial f_r^k}{\partial \sigma_{k,i}}\right] \quad (۳۳)$$

که در آن،

$$\frac{\partial f_l^k}{\partial\, ^{1}m_{k,i}} = \frac{\overline{w}_l^k \cdot [\bar{f}^k - {}^{2}\mu_{k,i} \cdot \prod_{l=1,l\neq i}^{n}(\bar{\mu}_{k,l})] + \underline{w}_l^k \cdot \underline{f}^k}{\overline{w}_l^k + \underline{w}_l^k} \cdot \frac{x_i - {}^{1}m_{k,i}}{(\sigma_{k,i})^2}, \quad (۳۴)$$

$$\frac{\partial f_l^k}{\partial\, ^{2}m_{k,i}} = \frac{\overline{w}_l^k \cdot [\bar{f}^k - {}^{1}\mu_{k,i} \cdot \prod_{l=1,l\neq i}^{n}(\bar{\mu}_{k,l})] + \underline{w}_l^k \cdot \underline{f}^k}{\overline{w}_l^k + \underline{w}_l^k} \cdot \frac{x_i - {}^{2}m_{k,i}}{(\sigma_{k,i})^2} \quad (۳۵)$$

$$\frac{\partial f_l^k}{\partial \sigma_{k,i}} = \frac{\overline{w}_l^k \cdot \left[(\bar{f}^k - {}^{2}\mu_{k,i} \cdot \prod_{l=1,l\neq i}^{n}(\bar{\mu}_{k,l})) \cdot \frac{(x_i - {}^{1}m_{k,i})^2}{(\sigma_{k,i})^3}\right]}{\overline{w}_l^k + \underline{w}_l^k} \quad (۳۶)$$

$$+ \frac{\overline{w}_l^k \cdot \left[(\bar{f}^k - {}^{1}\mu_{k,i} \cdot \prod_{l=1,l\neq i}^{n}(\bar{\mu}_{k,l})) \cdot \frac{(x_i - {}^{2}m_{k,i})^2}{(\sigma_{k,i})^3}\right]}{\overline{w}_l^k + \underline{w}_l^k} + \frac{\underline{w}_l^k \cdot \underline{f}^k \cdot \left[\frac{(x_i - {}^{1}m_{k,i})^2 + (x_i - {}^{2}m_{k,i})^2}{(\sigma_{k,i})^3}\right]}{\overline{w}_l^k + \underline{w}_l^k} \quad (۳۷)$$

$$\frac{\partial f_r^k}{\partial\, ^{1}m_{k,i}} = \frac{\overline{w}_r^k \cdot [\bar{f}^k - {}^{2}\mu_{k,i} \cdot \prod_{l=1,l\neq i}^{n}(\bar{\mu}_{k,l})] + \underline{w}_r^k \cdot \underline{f}^k}{\overline{w}_r^k + \underline{w}_r^k} \cdot \frac{x_i - {}^{1}m_{k,i}}{(\sigma_{k,i})^2}$$

$$\frac{\partial f_r^k}{\partial\, ^{2}m_{k,i}} = \frac{\overline{w}_r^k \cdot [\bar{f}^k - {}^{2}\mu_{k,i} \cdot \prod_{l=1,l\neq i}^{n}(\bar{\mu}_{k,l})] + \underline{w}_r^k \cdot \underline{f}^k}{\overline{w}_r^k + \underline{w}_r^k} \cdot \frac{x_i - {}^{2}m_{k,i}}{(\sigma_{k,i})^2} \quad (۳۸)$$

$$\frac{\partial f_r^k}{\partial \sigma_{k,i}} = \frac{\overline{w}_r^k \cdot \left[(\bar{f}^k - {}^{2}\mu_{k,i} \cdot \prod_{l=1,l\neq i}^{n}(\bar{\mu}_{k,l})) \cdot \frac{(x_i - {}^{1}m_{k,i})^2}{(\sigma_{k,i})^3}\right]}{\overline{w}_r^k + \underline{w}_r^k} + \frac{\overline{w}_r^k \cdot \left[(\bar{f}^k - {}^{1}\mu_{k,i} \cdot \prod_{l=1,l\neq i}^{n}(\bar{\mu}_{k,l})) \cdot \frac{(x_i - {}^{2}m_{k,i})^2}{(\sigma_{k,i})^3}\right]}{\overline{w}_r^k + \underline{w}_r^k} + \frac{\underline{w}_r^k \cdot \underline{f}^k \cdot \left[\frac{(x_i - {}^{1}m_{k,i})^2 + (x_i - {}^{2}m_{k,i})^2}{(\sigma_{k,i})^3}\right]}{\overline{w}_r^k + \underline{w}_r^k} \quad (۳۹)$$

بنابراین با اعمال هر ورودی $\{(u_p : t_p)\}\ \forall p = 1, \ldots, q$ نخست، با معادلات (۱) تا (۱۱) خروجی شبکه محاسبه شده، خطا از (۱۲) محاسبه می‌شود و در نهایت، جهت کاهش خطای سامانه واقعی و شبکهٔ عصبی فازی نوع-۲، با روابط (۱۳) تا (۳۹)، شاخص‌های مجهول شبکه تنظیم می‌شوند.

[DOI: 10.61186/jsdp.20.1.171]