

# بازسازی سریع تصویر رادار روزنه مصنوعی

## دارای خطای فاز با استفاده از ارائه تنگ

میلاذ جوادزاده جیرهنده، محمد حسین کهای\* و سید علی اصغر بهشتی شیرازی  
دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران



### چکیده

عدم دقت در مدل تصویربرداری رادار روزنه مصنوعی باعث ایجاد خطای فاز در سامانه و مات شدن تصاویر بازسازی شده می‌شود. روش‌های بازسازی تصویر این رادار در حضور خطای فاز و مبتنی بر تنگ بودن مشخصه بازتاب، به طور معمول نیاز به محاسبات بالا و حافظه زیادی دارند. در این مقاله، جهت کاهش محاسبات بازسازی تصویر بر اساس ارائه تنگ سیگنال در حضور خطای فاز، یک روش سریع مبتنی بر جایگزینی مشاهدات دقیق حاصل از روش‌های تنگ با مشاهدات تقریبی حاصل از روش‌های فیلتر منطبق ارائه می‌شود. در این روش، علاوه بر حفظ توانایی بازسازی سیگنال‌های زیرنمونه برداری شده، پیچیدگی محاسباتی و حافظه مورد نیاز نیز به میزان زیادی کاهش می‌یابد. شبیه‌سازی‌های رایانه‌ای این نتیجه را هم برای ابعاد متفاوت تصاویر و هم برای نرخ‌های زیرنمونه برداری مختلف نشان می‌دهند. کیفیت تصاویر بازسازی شده نیز به دلیل کاهش اثرات لوب‌های فرعی حاصل از تقریب، قابل مقایسه با تصاویر بدون تقریب است.

واژگان کلیدی: رادار روزنه مصنوعی، حس‌گری فشرده، ارائه تنگ، الگوریتم بردداپلر.

## Fast Reconstruction of SAR Images with Phase Error Using Sparse Representation

Milad Javadzade Jirhande, Mohammad Hosein Kahaei\*  
& Seyed Aliasghar Beheshti Shirazi

Faculty of Electrical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

### Abstract

In the past years, a number of algorithms have been introduced for synthesis aperture radar (SAR) imaging. However, they all suffer from the same problem: The data size to process is considerably large. In recent years, compressive sensing and sparse representation of the signal in SAR have gained a significant research interest. This method offers the advantage of reducing the sampling rate but also suffers from speed processing limitation and it needs a huge amount of memory to reconstruct the image. On the other hand, inaccuracy in SAR model induces phase error to the results and makes the reconstructed image blurry. Existing sparse methods in the presence of phase error, have high computational costs and need a lot of processing time. In addition, these methods take up considerable space in the memory for saving the measurement matrix. In this paper, a fast method is proposed to reduce the computational cost of image reconstruction, based on the signal sparsity in the presence of phase error. The proposed method consists of substituting accurate observations of sparsity methods with approximated observations of matched filter methods. In this method, the output of Range-Doppler matched filter is reconstructed with sparse representation, and error phase is estimated simultaneously. This method leads to a nonconvex optimization problem and to solve that, we use the majorization minimization method. The phase error and reconstructed image are estimated in an iterative procedure. The use of approximated observation, eliminates the need for carrying out big matrix multiplications,

\* Corresponding author

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات



and Fast Fourier Transformation, as a low computational cost operation, can be employed instead. In addition to computation speed, this method does not need any memory space for saving measurement matrices.

In our numerical simulations, we compared the speed of processing and the mean square error (MSE) of reconstructed images for the proposed method with the state-of-the-art sparse method for different sizes of image and under-sampling rates. It is shown in simulations that the reconstructed image from our method has a slightly lower quality and higher MSE, because of the sidelobes effect of the matched filter output. However, in certain conditions, the speed of the proposed method is more than a hundred times faster than the compared method. The achieved processing speed with no need for the memory to store the measurement matrix at the expense of slightly lower image quality would be acceptable for most applications.

**Keywords:** Synthetic aperture radar, Compressed sensing, Sparsity, Range-Doppler algorithm.

SAR، به طور دقیق مشخص نشود و یا سیگنال دریافتی به دلیل تأثیرات جوی همراه با تأخیر دریافت شود. از آنجا که این تأخیر برای تمام سیگنال یک پالس دریافتی، در یک زمان سمت، یکسان خواهد بود و تنها به ازای پالس‌های ارسالی در زمان‌های سمت متفاوت، تغییر خواهد کرد، خطای فاز ایجاد شده تنها به ازای زمان‌های سمت متفاوت، تغییر می‌کند و متغیر با زمان برد، نخواهد بود. در نتیجه به این نوع خطای فاز، خطای فاز یک‌بعدی گفته می‌شود. مثالی از این نوع خطای فاز، خطا در محاسبه سرعت حامل SAR است، به گونه‌ای که یک خطای ثابت در سرعت حامل، باعث ایجاد خطای فاز مربعی در داده SAR می‌شود [3]. این خطای فاز در صورتی که جبران نشود، باعث مات شدن تصویر بازسازی شده در راستای سمت می‌شود.

روش‌های جبران خطای فاز در حالت نمونه برداری کامل، الگوریتم‌های متمرکز کردن<sup>۴</sup>، نام دارند و به طور مشترک به عنوان روش‌های پس پردازشی<sup>۵</sup>، قبل از بازسازی تصویر، اعمال می‌شوند. یکی از ابتدایی ترین الگوریتم‌های متمرکز کردن، که به طور گسترده‌ای از آن استفاده می‌شود، روش نگاشت انحراف<sup>۶</sup> [4] است. این روش به تخمین خطای فاز بر اساس یک مدل چند جمله‌ای با درجه پایین، می‌پردازد. متمرکز کردن فاز-گرادیان<sup>۷</sup> یکی دیگر از الگوریتم‌های بسیار متداول است که نیازمند تغییرات نرم خطای فاز در راستای سمت است و همچنین در این الگوریتم تصویر مورد پردازش باید دارای نقاط بازتاب کننده جدا از هم باشد [5]. در همین اواخر روش دیگری به نام روش متمرکز کردن چندکاناله<sup>۸</sup>، ارائه شده است که در آن تصویر مورد پردازش باید دارای یک محدوده شناخته شده باشد که در آن نقاط تصویر به طور تقریبی صفر باشند [6]. اگرچه تمامی این روش‌های پس پردازشی، در تصحیح

<sup>4</sup> Autofocus algorithm

<sup>5</sup> Postprocessing

<sup>6</sup> Map-drift algorithm

<sup>7</sup> Phase-gradient autofocus

<sup>8</sup> Multichannel autofocus

## ۱- مقدمه

رادار روزنه مصنوعی (SAR<sup>۱</sup>) یک سامانه تصویربرداری است که با پردازش همدوس پالس‌های بازتاب شده، به تولید تصویر زمینه با وضوح بالا در راستای سمت<sup>۲</sup> می‌پردازد [1]. امروزه SAR در زمینه‌های مختلف نظامی و غیر نظامی کاربرد وسیعی دارد و به عنوان مکملی برای سنجنده‌های سنجش از دور غیر فعال مطرح است [2].

یک مزیت مهم SAR این است که می‌تواند مستقل از زمان (شب و روز) و شرایط آب و هوایی عمل کند و در نتیجه در بسیاری از موارد جایگزین ندارد. برای تشکیل تصویر مناسب از منطقه مورد نظر، نیاز به حد تفکیک بالا در هر دو راستای برد<sup>۳</sup> و سمت وجود دارد. در SAR نیز مانند رادارهای معمولی برای رسیدن به حد تفکیک بالا در راستای برد، از ارسال یک پالس با پهنای باند بالا استفاده می‌شود. ارسال پالس‌هایی با مدولاسیون فرکانس خطی و استفاده از روش فشرده سازی پالس، یک روش معمول برای نیل به این هدف است. در رادارهای معمولی برای رسیدن به حد تفکیک مناسب در راستای سمت، نیاز به آنتنی با قطر بزرگ است، اما در بسیاری از شرایط، استفاده از آنتن بزرگ عملی نیست. این مسأله در SAR به کمک تشکیل یک روزنه مصنوعی حل شده است. در واقع در سامانه SAR، رادار با حرکت خود یک روزنه مصنوعی تشکیل می‌دهد و اثر استفاده از آنتن با قطر بزرگ را ایجاد می‌کند.

مدل داده SAR نیازمند تخمین فاصله اهداف مورد تصویربرداری تا آنتن رادار است و هنگامی که زمان تأخیر در سیگنال بازگشتی SAR که متناسب با فاصله بین نقاط بازتاب کننده و رادار است، با دقت مناسبی مشخص نشود، مدل داده SAR همراه با خطای فاز خواهد بود. این عدم دقت هنگامی رخ می‌دهد که فاصله بین حسگر SAR و مرکز زمینه هدف، به دلیل عدم حرکت صحیح حامل

<sup>1</sup> Synthetic Aperture Radar

<sup>2</sup> Azimuth

<sup>3</sup> Range

روش فیلتر منطبق بردداپلر با حس‌گری فشرده ارائه داده است تا هم با استفاده از حس‌گری فشرده بتوان از داده زیرنمونه‌برداری شده استفاده کرد و هم از ویژگی سریع و کم حافظه بودن روش فیلتر منطبق بردداپلر استفاده کرد. در این‌جا هدف این است تا با استفاده از روشی مشابه مقاله [10]، الگوریتم جدیدی برپایه تلفیق الگوریتم SBA و روش فیلتر منطبق بردداپلر ارائه شود تا هم سریع باشد و نیاز به حافظه کمی داشته باشد، هم از زیرنمونه‌برداری جهت بازسازی تصویر SAR در حضور خطای فاز استفاده نماید.

ادامه این مقاله به این صورت است که ابتدا به معرفی مدل تصویربرداری SAR با وجود خطای فاز پرداخته می‌شود؛ سپس روش SBA جهت بازسازی تصویر براساس ارائه تنگ معرفی می‌گردد. در ادامه روش پیشنهادی RDSBA جهت تلفیق روش فیلتر منطبق بردداپلر و روش SBA معرفی خواهد شد و در آخر به شبیه‌سازی و مقایسه روش RDSBA با روش SBA پرداخته می‌شود.

## ۲- مدل تصویربرداری SAR با وجود خطای فاز

در صورتی که  $N$  تعداد نمونه‌های برد یک پالس بازگشتی از زمينه SAR و  $M$  تعداد پالس‌های ارسالی یا همان تعداد نمونه‌های سمت باشد و از طرفی زمينه، متناسب با حد تفکیک سامانه SAR، ناحیه‌ای مستطیلی شکل شامل  $P$  نقطه بازتاب‌کننده در عرض و  $Q$  نقطه بازتاب‌کننده در راستای طول باشد، در این صورت مدل دقیق سامانه تصویربرداری SAR به صورت زیر خواهد بود:

$$Y_F = h_F(K) + N_F \quad (1)$$

در رابطه (1)،  $K \in \mathbb{C}^{P \times Q}$  ماتریس ضرایب بازتاب،  $Y_F \in \mathbb{C}^{M \times N}$  ماتریس داده خام و  $N_F \in \mathbb{C}^{M \times N}$  ماتریس نوفه است.  $h_F: \mathbb{C}^{P \times Q} \rightarrow \mathbb{C}^{M \times N}$  عمل‌گری است که مشاهدات دقیق SAR را در حالت نمونه‌برداری کامل به ماتریس داده خام تبدیل می‌کند. در واقع این عمل‌گر به صورت ضرب ماتریس اندازه‌گیری با ماتریس ضرایب بازتاب است. توجه شود که در رابطه (1) زیرنویس  $F$  بیان‌گر نمونه‌برداری در حالت کامل است. هدف در اینجا بازسازی تصویر SAR یا همان بازیابی ماتریس ضرایب بازتاب  $K$  است.

خطای فاز در حالت نمونه‌برداری کامل، بسیار موفق هستند، اما در [7] نشان داده شده است که برای حالتی که از زیرنمونه‌برداری استفاده شده باشد، هیچ کدام کارآمد نیستند. پس از جبران خطای فاز به وسیله روش‌های پس‌پردازشی، تصویر SAR در حالت نمونه‌برداری کامل با استفاده از الگوریتم‌های متداول فیلتر منطبق<sup>۱</sup> همچون الگوریتم برد-داپلر (RDA<sup>۲</sup>)، روش (CSA<sup>۳</sup>) و الگوریتم  $\omega - K$  [8] بازسازی می‌شوند.

روش‌های جبران خطای فاز در حالت زیرنمونه‌برداری، مبتنی بر روش‌های تنگ هستند. در این روش‌ها داده خام زیر نرخ نایکوئیست نمونه‌برداری می‌شود و در نتیجه حافظه مورد نیاز برای ذخیره‌سازی داده کاهش می‌یابد، همچنین تصویر بازسازی شده به وسیله روش‌های تنگ کیفیت بهتری نسبت به تصاویر بازسازی شده از روش‌های فیلتر منطبق دارند؛ زیرا در این روش‌ها مشکل تأثیر لوب‌های فرعی که عامل اصلی پایین آمدن تصاویر بازسازی شده به وسیله روش‌های فیلتر منطبق است، وجود ندارد. در مقاله [7] روشی جهت متمرکز کردن تصویر در حالت زیرنمونه‌برداری معرفی شده است که روش (SBA<sup>۴</sup>) نام دارد و مبنای این الگوریتم مشابه روش (SDA<sup>۵</sup>) ارائه شده در [9] است. نقطه اشتراک این دو الگوریتم این است که هر دو به حل یک مسئله غیر محدب یکسان و بر پایه تنگ بودن تصویر مورد بازسازی می‌پردازند. اگرچه الگوریتم SDA بر روی حالت نمونه‌برداری کامل متمرکز شده است، اما الگوریتم SBA از زیرنمونه‌برداری برای بازسازی تصویر استفاده می‌کند و نسبت به الگوی SDA سریع‌تر است.

یکی از مشکلات روش‌های بازسازی تصویر SAR براساس ارائه تنگ و استفاده از زیرنمونه‌برداری، پیچیدگی محاسباتی بالا و کند بودن این روش‌ها است. همچنین مشکل دیگر این روش‌ها این است که در مرحله بازسازی، نیاز به حافظه زیاد جهت ذخیره‌سازی ماتریس اندازه‌گیری وجود دارد. از سویی دیگر روش‌های مرسوم فیلتر منطبق جهت بازسازی تصویر SAR روش‌هایی سریع هستند و نیاز به حافظه کمی دارند، اما همه این روش‌ها نیازمند استفاده از نمونه‌برداری کامل هستند؛ از این رو مقاله [10] الگوریتم حس‌گری فشرده بردداپلر (CS-RDA<sup>۶</sup>) را جهت تلفیق

<sup>1</sup> Matched Filter

<sup>2</sup> Range-Doppler Algorithm

<sup>3</sup> Chirp-Scaling Algorithm

<sup>4</sup> Sparsity Based Autofocus

<sup>5</sup> Sparsity Driven Algorithm

<sup>6</sup> Compressed Sensing-Range Doppler Algorithm

سامانه‌های SAR نیازمند دانستن اطلاعات دقیق فاصله و زاویه بین حامل SAR و نقطه بازتاب‌کننده است. در برخی کاربردها به‌خصوص در کاربرد SAR هواپیمایی به‌دلیل محدودیت‌های حس‌گرهای ناوبری<sup>۱</sup>، همواره در تخمین مسیر پرواز حامل SAR مقداری خطا وجود دارد. این عدم دقت در اندازه‌گیری فاصله و زاویه باعث ایجاد خطای فاز یک‌بعدی در سیگنال دریافتی SAR می‌شود [11]. در صورت وجود خطای فاز یک‌بعدی در راستای سمت، مدل تصویربرداری SAR ارائه‌شده در رابطه (۱) به‌شکل زیر تغییر خواهد کرد:

$$Y_F = \text{diag}\{e^{j\phi_F}\} \cdot h_F(\mathbf{K}) + N_F \quad (2)$$

که  $\text{diag}\{e^{j\phi_F}\}$  ماتریس قطری خطای فاز با ابعاد  $M \times M$ ،  $\phi_F$  بردار خطای فاز با ابعاد  $M \times 1$  و عمل گر (.) بیان‌گر ضرب ماتریسی است.

اگرچه در بیشتر کاربردهای SAR، خطای فاز به‌صورت یک‌بعدی ظاهر می‌شود، اما در کاربردهایی همچون سامانه‌های UWB-SAR فرکانس پایین خطای فاز ممکن است به‌دلیل تأثیرات جوی در هر دو بعد سمت و برد به‌وجود آید و تصویر در هر دو بعد دچار مات‌شدگی شود [8]. از آن‌جا که در بیشتر کاربردهای SAR، خطای فاز یک بعدی اتفاق می‌افتد، در این مقاله، این نوع خطا را مورد بررسی قرار داده‌ایم.

### ۳- بازسازی تصویر SAR با وجود خطای فاز و براساس ارائه تنک

از آن‌جا که در تصویربرداری SAR، نقاط بازتاب‌کننده بیشتر حاصل از اجسام ساخته دست انسان هستند (مانند حضور چند ماشین کشاورزی در یک مزرعه)، این تصاویر تعداد نقاط بازتاب‌شده کمی دارند؛ در نتیجه در برخی کاربردها که تعداد نقاط بازتاب‌کننده نسبت به نقاطی که بازتاب نمی‌کنند، کم باشد، می‌توان تصویر SAR را تنک<sup>۲</sup> در نظر گرفت. با فرض تنکی تصویر می‌توان با کمک نظریه حس‌گری فشرده به جای نمونه‌برداری در نرخ نایکویست، از زیرنمونه‌برداری در راستای سمت و یا در راستای برد و یا در هر دو بعد استفاده کرد.

اعمال زیرنمونه‌برداری در راستای برد معادل با انتخاب برخی از سطرهاى ماتریس داده نمونه‌برداری‌شده  $Y$  و حذف سطرهاى دیگر است. این عملیات را می‌توان با ضرب سمت راستی ماتریس زیرنمونه‌برداری در راستای

برد  $\Theta_\tau \in \mathbb{C}^{N' \times N'}$  با ماتریس داده انجام داد. این ماتریس زیرنمونه‌برداری در هر سطر، دارای یک درایه یک متناظر با یک سطر ماتریس داده انتخاب‌شده برای زیرنمونه‌برداری است و بقیه درایه‌های آن سطر صفر است. به‌طور مشابه اعمال زیرنمونه‌برداری در راستای سمت معادل با انتخاب برخی از ستون‌های ماتریس داده نمونه‌برداری شده  $Y$  و حذف ستون‌های دیگر است. این عملیات را می‌توان با ضرب سمت چپی ماتریس زیرنمونه‌برداری در راستای سمت  $\Theta_\eta \in \mathbb{C}^{M' \times M}$  با ماتریس داده انجام داد. این ماتریس زیرنمونه‌برداری در هر ستون، دارای یک درایه یک متناظر با یک ستون ماتریس داده انتخاب‌شده برای زیرنمونه‌برداری و بقیه درایه‌های آن ستون صفر می‌باشد.

فرض کنید  $Y \in \mathbb{C}^{M' \times N'}$  ماتریس زیرنمونه‌برداری شده داده خام SAR باشد، به‌گونه‌ای که  $MN' \square MN$  و  $s = M'N' / MN$  نرخ زیرنمونه‌برداری است، در این صورت عمل‌گر مشاهدات دقیق SAR در حالت زیرنمونه‌برداری  $h$  به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$h(\cdot) = \Theta_\eta h_F(\cdot) \Theta_\tau \quad (3)$$

در این حالت مدل تصویربرداری SAR در رابطه (۲) به شکل زیر تغییر می‌کند:

$$Y = \Theta_\eta Y_F \Theta_\tau \quad (4)$$

$$Y = \text{diag}\{e^{j\phi}\} h(\mathbf{K}) + \mathbf{N}$$

که  $\phi = \Theta_\eta \phi_F$  بردار خطای فاز زیرنمونه‌برداری و  $N \in \mathbb{C}^{M' \times N'}$  ماتریس نویز می‌باشد.

در این‌جا به بررسی روش SBA ارائه‌شده در [7] برای بازسازی تصویر تنک SAR که همان ماتریس ضرایب بازتاب  $K$  است، می‌پردازیم. در این روش برای بازسازی تصویر می‌توان از مسأله تنک زیر استفاده کرد [6]:

$$\begin{aligned} & \underset{K,d}{\text{minimise}} \|K\|_0 \\ & \text{subject to } \|\text{diag}\{d\}Y - h(K)\|_F^2 \leq \sigma^2 \\ & d_m^* d_m = 1, m = 1, 2, \dots, M' \end{aligned} \quad (5)$$

در رابطه (۵)  $\|\cdot\|_0$  و  $\|\cdot\|_F$  به‌ترتیب عمل‌گر نورم صفر و نورم فروبنیوس<sup>۳</sup> و  $\sigma^2$  توان نوفه هستند. برای حل مسأله (۵)، تابع غیر محدب نورم صفر با نزدیک‌ترین تابع محدب آن، یعنی نورم یک جایگزین می‌شود. در نتیجه خواهیم داشت [7]:

<sup>3</sup> Frobenius norm

<sup>1</sup> Navigation

<sup>2</sup> Sparse

در این رابطه شرط  $L_K > \|h\|_2^2$  برقرار است و  $\|h\|_2$  نرم عملگر<sup>۴</sup>  $h$  است که به صورت  $\|h\|_2 = \sup\{\|h(\mathbf{K})\|_F : \|\mathbf{K}\|_F = 1\}$  تعریف می‌شود. در نتیجه در الگوریتم SBA به جای حل مسئله (۷) به حل مسئله زیر پرداخته می‌شود [7]:

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{K}, \mathbf{K}^{++}, \mathbf{d}}{\text{minimise}} g(\mathbf{K}, \mathbf{K}^{++}, \mathbf{d}) \\ & \text{subject to } \|\mathbf{K}\|_1 < \tau, \mathbf{d}_m^* \mathbf{d}_m = 1, m = 1, 2, \dots, M' \end{aligned} \quad (10)$$

الگوریتم SBA برای حل مسئله بالا از روش ساده‌سازی بلوکی<sup>۵</sup> استفاده می‌کند، به این نحو که یک بار  $\mathbf{K}^{++}$  و  $\mathbf{K}$  را ثابت فرض کرده و به حل مسئله (۱۰) می‌پردازد و بار دیگر  $\mathbf{d}$  را ثابت در نظر گرفته و این مسئله را حل می‌کند تا با تکرار فرایند بالا به جواب نهایی برسد. در نهایت الگوریتم SBA را می‌توان در جدول (۱) خلاصه کرد.

در این الگوریتم  $\mathcal{P}_\tau(C)$ ،  $C$  را بروی توپ نرم یک  $\ell_1$  با شعاع  $\tau$  نگاشت می‌دهد.  $h^H(\cdot): \mathbb{C}^{M \times N} \rightarrow \mathbb{C}^{P \times Q}$  عمل‌گری است که معادل با هرمتین<sup>۶</sup> عمل‌گر  $h$  است. در واقع این عمل‌گر شامل ضرب ماتریسی هرمتین ماتریس اندازه‌گیری با ماتریس ورودی است.

[جدول ۱-]: الگوریتم SBA [7]  
(Table-1): SBA algorithm [7]

<p><b>Initialize:</b> <math>L_K &gt; \ h\ _2^2</math></p> <p><b>Output:</b> <math>\mathbf{K}, \mathbf{d}</math></p> <p><b>Repeat</b></p> <p><math>\mathbf{K}^{++} \leftarrow \mathbf{K}</math></p> <p><math>C \leftarrow \mathbf{K}^{++} + \frac{1}{L_K} h^H(\text{diag}\{\mathbf{d}\} \mathbf{Y} - h(\mathbf{K}^{++}))</math></p> <p><math>\mathbf{K} \leftarrow \mathcal{P}_\tau(C)</math></p> <p><math>\mathbf{d}^{++} \leftarrow \mathbf{d}</math></p> <p><math>\mathbf{d} \leftarrow e^{j \angle \text{diag}\{h(\mathbf{K}) \mathbf{Y}^H\}}</math></p> <p><b>Until</b></p> <p><math>\ \mathbf{K} - \mathbf{K}^{++}\ _F, \ \mathbf{K}^{++}\ _F^{-1} &lt; \text{threshold} \wedge \ \mathbf{d} - \mathbf{d}^{++}\ _F, \ \mathbf{d}^{++}\ _F^{-1} &lt; \text{threshold}</math></p>
--

#### ۴- الگوریتم سریع در بازسازی تصویر

در الگوریتم SBA، دیده می‌شود که نیاز به محاسبه رابطه زیر وجود دارد:

$$h^H(h(\cdot)) \quad (11)$$

<sup>4</sup> Operator norm  
<sup>5</sup> Block-relaxation  
<sup>6</sup> Hermitian

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{K}, \mathbf{d}}{\text{minimise}} \|\mathbf{K}\|_1 \\ & \text{subject to } \|\text{diag}\{\mathbf{d}\} \mathbf{Y} - h(\mathbf{K})\|_F^2 \leq \sigma^2 \\ & \mathbf{d}_m^* \mathbf{d}_m = 1, m = 1, 2, \dots, M' \end{aligned} \quad (6)$$

اگرچه تابع هزینه در مسئله (۶) محدب است، اما در کل، این مسئله، یک مسئله غیر محدب است، زیرا شرط نامساوی، خطی نیست و ناحیه مجاز محدبی<sup>۱</sup> را بیان نمی‌کند. یک روش برای حل مسئله (۶) استفاده از روش‌های برپایه گرادیان است. برای استفاده از روش‌هایی که بر پایه گرادیان هستند، نیاز است تا تابع هزینه مشتق‌پذیر باشد؛ بنابراین می‌توان تابع هزینه و شرط نامساوی در رابطه (۶) را به صورت زیر جابه‌جا کرد تا تابع هزینه به شکل مشتق‌پذیری تبدیل شود [7]:

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{K}, \mathbf{d}}{\text{minimise}} f(\mathbf{K}, \mathbf{d}) \\ & \|\mathbf{K}\|_1 < \tau, \mathbf{d}_m^* \mathbf{d}_m = 1, m = 1, 2, \dots, M' \\ & \text{subject to} \end{aligned} \quad (7)$$

که داریم:

$$f(\mathbf{K}, \mathbf{d}) = \|\text{diag}\{\mathbf{d}\} \mathbf{Y} - h(\mathbf{K})\|_F^2 \quad (8)$$

باید توجه داشت که اگر  $\|Y - h(h^\dagger(Y))\|_F \leq \sigma \leq \|Y\|_F$  برقرار باشد، در این صورت نگاشت یک به یکی به شکل  $\tau: \sigma \rightarrow \tau$  وجود خواهد داشت [7].  $\dagger$  بیان‌گر عملگر شبه‌معکوس<sup>۲</sup> است.

مقاله [7] برای حل مسئله (۷) از الگوریتم SBA استفاده می‌کند. در این الگوریتم از روشی به نام کمینه‌سازی بزرگ‌تر<sup>۳</sup> استفاده شده است که در آن تابع هزینه، با یک تابع بزرگ‌تری که حل آن برای مسئله (۷) ساده‌تر است، جایگزین می‌شود. تابع  $g$  بزرگ‌تر از تابع  $f$  است اگر  $f(\omega) \leq g(\omega, \xi)$  و  $f(\omega) = g(\omega, \omega), \forall \omega$  که فضای پارامتر است. تابع بزرگ‌تر برای تابع رابطه (۸) می‌تواند با استفاده از بسط تیلور و محدود کردن مشتق دوم آن به شکل زیر به دست آید [9]:

$$\begin{aligned} g(\mathbf{K}, \mathbf{K}^{++}, \mathbf{d}) &= \|\text{diag}\{\mathbf{d}\} \mathbf{Y} - h(\mathbf{K})\|_F^2 \\ & - \|h(\mathbf{K}) - h(\mathbf{K}^{++})\|_F^2 \\ & + L_K \|\mathbf{K} - \mathbf{K}^{++}\|_F^2 \end{aligned} \quad (9)$$

<sup>1</sup> Convex feasible set  
<sup>2</sup> Pseudoinverse  
<sup>3</sup> Majorisation minimisation

عملگر  $G$  نیز همانند  $M$  قابل تجزیه به عملگرهای یک‌بعدی در حوزه فرکانس و استفاده از FFT و IFFT است و برای محاسبه این عملگر می‌توان از روش‌های مشابه در [14] و [15] که جهت شبیه‌سازی داده خام به کار رفته‌اند، استفاده کرد.

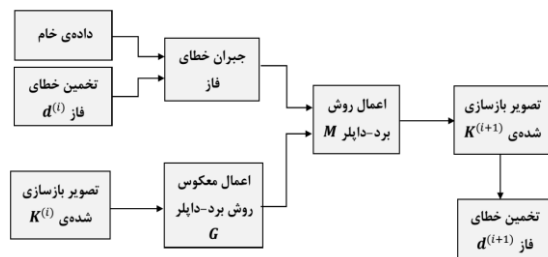
با جای‌گذاری رابطه (۱۴) در رابطه (۵) می‌توان مسئله بازسازی تصویر تنک SAR با وجود خطای فاز را با روش بردداپلر به شکل زیر تلفیق کرد:

$$\begin{aligned} & \underset{\tilde{\mathbf{K}}, d}{\text{minimize}} \|\tilde{\mathbf{K}}\|_1 \\ & \text{subject to} \left\| \text{diag}\{d\} \mathbf{Y} - \Theta_\eta \mathbf{G}(\tilde{\mathbf{K}}) \Theta_\tau \right\|_F^2 \leq \sigma^2 \quad (15) \\ & \mathbf{d}_m^* \mathbf{d}_m = 1, m=1, 2, \dots, M' \end{aligned}$$

برای حل مسئله (۱۵) می‌توان از همان روش به کار گرفته‌شده در الگوریتم SBA استفاده کرد، با این تفاوت که به جای  $h(\cdot)$  از  $\Theta_\eta \mathbf{G}(\tilde{\mathbf{K}}) \Theta_\tau$  استفاده کرد. در این صورت الگوریتم جدیدی به دست می‌آید که (RDSBA<sup>۲</sup>) نامیده می‌شود. الگوریتم RDSBA در جدول (۲) معرفی شده است و فرآیند تشکیل تصویر توسط این الگوریتم نمودار بلوکی شکل (۱) دیده می‌شود.

(جدول ۲): الگوریتم RDSBA  
(Table-2): RDSBA algorithm

<p><b>Initialize:</b> <math>d^0, \mathbf{K}^0, I, L_K &gt; 1</math></p> <p><b>Output:</b> <math>\mathbf{K}, d</math></p> <p><b>For</b> <math>i = 0</math> <b>to</b> <math>I</math></p> <p style="padding-left: 20px;"><math>\mathbf{K}^{++(i)} \leftarrow \mathbf{K}^{(i)}</math></p> <p style="padding-left: 20px;"><math>\mathbf{C}^{(i)} \leftarrow \mathbf{K}^{++(i)} + \frac{1}{L_K} \mathbf{M} \left( \Theta_\eta^T \left\{ \text{diag}\{d^{(i)}\} \mathbf{Y} - \Theta_\eta \mathbf{G}(\mathbf{K}^{++(i)}) \Theta_\tau \right\} \Theta_\tau^T \right)</math></p> <p style="padding-left: 20px;"><math>\mathbf{K}^{(i+1)} \leftarrow \mathcal{P}_\tau(\mathbf{C}^{(i)})</math></p> <p style="padding-left: 20px;"><math>d^{(i+1)} \leftarrow e^{j \angle \text{diag}\{\Theta_\eta \mathbf{G}(\mathbf{K}^{(i)}) \Theta_\tau \mathbf{Y}^H\}}</math></p> <p><b>End</b></p>
--



(شکل ۱): نمودار بلوکی الگوریتم RDSBA  
(Figure-1): The block diagram of RDSBA algorithm

در جدول (۲)،  $I$  بیان‌گر تعداد تکرار الگوریتم است.

استفاده از رابطه (۱۱) نیاز به بار محاسباتی بالایی دارد، زیرا عملگر  $h(\cdot)$  و  $h^H(\cdot)$  به ترتیب شامل ضرب ماتریسی ورودی با ماتریس اندازه‌گیری و هرمتین ماتریس اندازه‌گیری هستند و این عملیات در صورت بزرگ بودن ابعاد ماتریس اندازه‌گیری فرایندی زمان‌بر و از درجه  $O(M'N'PQ)$  خواهد بود. این ضرب ماتریسی پی‌درپی محاسبات زیادی را به همراه خواهد داشت. همچنین نیاز به حافظه زیادی جهت ذخیره‌سازی این ماتریس اندازه‌گیری بزرگ وجود دارد. (بار محاسباتی و حافظه مورد نیاز این روش در بخش ۵ به صورت دقیق‌تری بررسی خواهد شد.)

از سویی دیگر روش‌های فیلتر منطبق به دلیل استفاده از FFT<sup>۱</sup> و IFFT<sup>۲</sup> به جای ضرب ماتریسی ماتریس اندازه‌گیری بزرگ، دارای بار محاسباتی سریع با پیچیدگی محاسباتی  $O(PQ \log PQ)$  هستند. در این‌جا روش فیلتر منطبق بردداپلر را به دلیل کاربرد بیشتر مورد استفاده قرار خواهیم داد. در صورتی که  $M$  بیان‌گر عملگر روش بردداپلر باشد، تصویر  $\tilde{\mathbf{K}}$  حاصل از این روش به صورت زیر بازسازی می‌شود:

$$\tilde{\mathbf{K}} = \mathbf{M} \left( \text{diag}\{e^{-j\phi}\} \mathbf{Y}_F \right) \quad (12)$$

$\text{diag}\{e^{-j\phi}\} \mathbf{Y}_F$  پس از جبران خطای فاز است. عملگر دوبعدی  $M$  قابل تجزیه به عملگرهای یک‌بعدی در حوزه فرکانس و استفاده از FFT و IFFT است، از طرفی برای  $h_F$  رابطه مستقیمی وجود ندارد تا بتواند همانند  $M$  به عملگرهای یک‌بعدی تجزیه شود. مقاله [10] بیان می‌دارد که تصویر  $\tilde{\mathbf{K}}$  بازسازی شده به وسیله روش برد-داپلر همواره تصویر دقیق  $\mathbf{K}$  مدل SAR ارائه شده در رابطه (۱) را تقریب می‌زند، در نتیجه  $M^{-1}$  می‌تواند تقریبی از عملگر  $h_F$  باشد. در صورتی که  $\mathbf{G} = \mathbf{M}^{-1}$  معکوس روش بردداپلر باشد، در حالت نمونه‌برداری کامل رابطه زیر را خواهیم داشت:

$$\mathbf{Y}_F = \text{diag}\{e^{j\phi}\} h_F(\mathbf{K}) = \text{diag}\{e^{j\phi}\} \mathbf{G}(\tilde{\mathbf{K}}) \quad (13)$$

و برای حالت زیرنمونه‌برداری رابطه (۱۳) به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$\mathbf{Y} = \text{diag}\{e^{j\phi}\} h(\mathbf{K}) = \text{diag}\{e^{j\phi}\} \Theta_\eta \mathbf{G}(\tilde{\mathbf{K}}) \Theta_\tau \quad (14)$$

<sup>1</sup> Fast Fourier Transform

<sup>2</sup> Inverse Fast Fourier Transform

<sup>3</sup> Range-Doppler Sparsity Based Autofocus

ضرب  $psf$  و  $K$  بستگی دارد. در نتیجه هرچه روش برداپلر بتواند با کاهش لوب‌های فرعی، تصویر را بهتر تقریب بزند، میزان تنگی دو ماتریس  $K$  و  $\tilde{K}$  بیشتر به هم نزدیک خواهند بود.

## ۵- بار محاسباتی و حافظه مورد نیاز

در این قسمت به مقایسه بار محاسباتی لازم برای بازسازی تصویر با استفاده از روش SBA و روش RDSBA می‌پردازیم. هدف بررسی میزان کاهش محاسباتی روش جدید نسبت به روش SBA است. در این جا بار محاسباتی روش SBA را با  $C_{SBA}$  و بار محاسباتی روش RDSBA را با  $C_{RDSBA}$  نشان می‌دهیم. برای این مقایسه نیاز به پارامترهای تعداد تکرار مورد نیاز  $I$ ، نرخ زیرنمونه‌برداری  $S$ ، تعداد واحدهای عرض تصویر  $Q$ ، تعداد واحدهای طول تصویر  $P$  (تعداد درایه‌های تصویر  $n = P \times Q$ )، تعداد پالس‌های ارسالی یا همان تعداد نمونه‌های زمان سمت  $M$  و تعداد نمونه‌های برد  $N$  در حالت نمونه‌برداری کامل داریم.

$C_{RDSBA}$  شامل محاسبات عملگر برداپلر یا همان  $M$  و عملگر معکوس آن یا همان  $G$  است که دارای پیچیدگی محاسباتی  $O(NM \log NM)$  است. همچنین در هر مرحله، یک نگاشت به توپ نرم یک یا همان نگاشت  $\mathcal{P}$  با بار محاسباتی  $O(MN)$  وجود دارد. بار محاسباتی مربوط به محاسبه فاز ضرب ماتریس  $\{diag\{\Theta_{\eta} G(K^{(i)}) \Theta_{\tau} Y^H\}\}$  نیز به صورت  $O(MNs)$  خواهد بود (همان تعداد کل نمونه‌های زیرنمونه‌برداری شده است)؛ بنابراین برای  $I$  تکرار، کل محاسبات این روش از درجه  $C_{RDSBA} = O(INM \log NM)$  است. این بار محاسباتی بیانگر این است که محاسبات روش RDSBA تنها به تعداد نمونه‌های برد و سمت در حالت نمونه‌برداری کامل وابسته است.

$C_{SBA}$  شامل ضرب ماتریسی عمل‌گرهای  $h$  و  $h^H$ ، نگاشت به توپ نرم یک و یافتن فاز ضرب ماتریسی  $\{diag\{h(K)Y^H\}\}$  است. ضرب‌های ماتریسی از درجه  $O(MNs)$  هستند و عملیات‌های دیگر، همان بار محاسباتی گفته‌شده در بالا را دارند؛ بنابراین برای  $I$  تکرار، کل محاسبات این روش از درجه  $C_{SBA} = O(IMNs)$  خواهد بود. طبق این بار محاسباتی، روش SBA هم به نرخ

در این الگوریتم از آن‌جا که عمل‌گرهای  $M$  و  $G$  شامل عملیات‌های یک‌بعدی FFT و IFFT هستند، عمل‌گرهای سریع‌تری نسبت به عمل‌گرهای  $h$  و  $h^H$  هستند، در نتیجه این الگوریتم نسبت به الگوریتم SBA سریع‌تر خواهد بود. از طرف دیگر به دلیل این که حافظه مورد نیاز جهت ذخیره  $M$  و  $G$  نسبت به عمل‌گرهای  $h$  و  $h^H$  کم‌تر است (تنها نیاز به ذخیره پارامترهای برداپلر است)، الگوریتم RDSBA نسبت به الگوریتم SBA نیاز به حافظه کم‌تری خواهد داشت.

باید توجه شود که در روش RDSBA، به جای بازسازی تصویر  $K$  به بازسازی تقریب حاصل از روش برداپلر آن، یعنی  $\tilde{K}$  پرداخته شده است. دو ماتریس  $\tilde{K}$  و  $K$  حتی دارای ابعاد یکسانی نیستند، بلکه از لحاظ تصویری معادل یکدیگرند. در واقع چون در این جا خروجی، تصویر است، بنابراین هدف تنها ایجاد تصویری درست از زمینه مورد تصویربرداری است و برابر نبودن  $\tilde{K}$  و  $K$  و معادل بودن آن‌ها خللی در خروجی ندارد. رابطه بین درایه‌های این دو ماتریس به شکل زیر است:

$$\tilde{k}(m, n) = \sum_{(i, j)} psf(m, n; i, j) k(i, j) \quad (16)$$

$$m = 1, 2, \dots, M; \quad n = 1, 2, \dots, N;$$

$$i = 1, 2, \dots, P; \quad j = 1, 2, \dots, Q$$

طبق رابطه (۱۶) دیده می‌شود که ابعاد ماتریس  $\tilde{K}$  همواره به صورت  $M \times N$  خواهد بود که  $M$  تعداد نمونه‌های سمت و  $N$  تعداد نمونه‌های برد در حالت نمونه‌برداری کامل است. در این رابطه  $psf$ ، تابع گستردگی نقطه<sup>۱</sup> نام دارد [16]. به‌طور تقریبی می‌توان گفت که تابع  $psf$ ، یک تابع سینک دو بعدی است که پهنای باند آن در دو بعد به ویژگی‌های سیگنال ارسالی بستگی دارد. قابل توجه است که بیان دقیق  $psf$ ، نیازمند دانستن اطلاعات دقیق سامانه SAR و هندسه تصویربرداری است که به‌طور عملی کار بسیار دشواری است. طبق رابطه (۱۶) هرچه تابع  $psf$  دارای لوب‌های فرعی بیشتری باشد، تصویر نهایی دارای لوب‌های فرعی بیشتری خواهد بود و هرچقدر که سامانه SAR مورد بهره‌گیری بتواند تصویر را بهتر متمرکز کند، تابع  $psf$  متمرکزتر و در نتیجه لوب‌های فرعی کم‌تر خواهند شد. در صورتی که زمینه مورد تصویربرداری دارای تعداد نقاط بازتاب‌کننده کمی باشد،  $\tilde{K}$  را می‌توان تصویر تنگی در نظر گرفت که میزان تنگی آن به میزان تنگی

<sup>۱</sup> Point Spread Function

زیرنمونه‌برداری و هم اندازه تصویر بستگی دارد؛ بنابراین نسبت بین  $C_{SBA}$  و  $C_{RDSBA}$  به صورت زیر خواهد بود:

$$r_c = \mathcal{O}\left(\frac{ns}{\log NM}\right) \quad (17)$$

طبق رابطه (17) دیده می‌شود که  $r_c$  به صورت خطی به نرخ زیرنمونه‌برداری  $s$  و اندازه تصویر  $n$  بستگی دارد. با توجه به بزرگ بودن اندازه تصویر در بیشتر کاربردهای SAR،  $n \ll \log NM$  خواهد بود و در نتیجه نسبت  $r_c$ ، عدد بزرگی خواهد شد.

اکنون به مقایسه بار حافظه لازم برای بازسازی تصویر با استفاده از روش SBA و روش RDSBA می‌پردازیم. بار حافظه SBA را با  $M_{SBA}$  و بار حافظه RDSBA را با  $M_{RDSBA}$  نشان می‌دهیم.  $M_{RDSBA}$  تنها شامل ذخیره کردن داده ورودی، تصویر خروجی با تعداد درایه‌های  $MN$  و برخی پارامترهای بازسازی در روش فیلتر منطبق برد-دابلر (فیلتر منطبق برد، فیلتر منطبق سمت و جابه‌جایی هدف در سلول‌های برد  $RCM^1$ ) است. در این صورت مقدار حافظه مورد نیاز برای RDSBA از درجه  $\mathcal{O}(MN)$  بیت خواهد بود.

$M_{SBA}$  شامل ذخیره کردن داده ورودی، تصویر خروجی با تعداد درایه‌های  $MN$  و ماتریس اندازه‌گیری با تعداد درایه‌های  $MNns$  است؛ بنابراین بار حافظه مورد نیاز برای SBA از درجه  $\mathcal{O}(MNns)$  بایت خواهد بود. این مقدار حافظه نسبت به  $M_{RDSBA}$  بسیار زیاد است. برای مثال هنگامی که تحت نمونه‌برداری کامل تعداد کل نمونه‌ها برابر با  $MN = 10^4$  و تعداد درایه‌های تصویر  $n = 10^5$  باشد، در روش SBA حدود یکصد گیگا بیت حافظه نیاز است، در حالی که تحت همین شرایط حافظه مورد نیاز برای RDSBA حدود یک مگا بیت می‌شود.

## ۶- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش به ارائه شبیه‌سازی‌های لازم جهت مقایسه روش پیشنهادی RDSBA با روش SBA پرداخته می‌شود. در تمامی شبیه‌سازی‌های این بخش، از حالت تصویربرداری stripmap استفاده شده است که در کاربرد، بیشترین استفاده را دارد. جهت شبیه‌سازی داده خام دریافتی در حالت stripmap از روش به‌کار گرفته‌شده در [17] استفاده شده است. در این روش هر تصویر سیاه و سفیدی را می‌توان به‌عنوان تصویر SAR در نظر گرفت و براساس این تصویر، داده خام را متناسب با پارامترهای

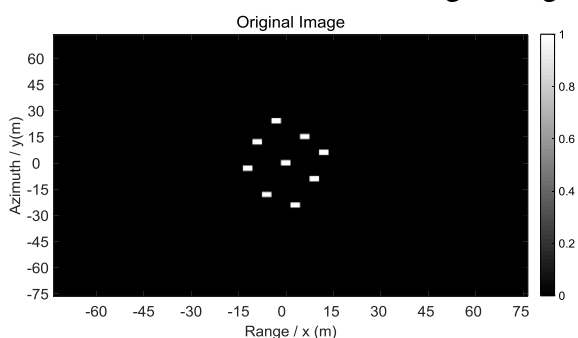
نظر گرفته‌شده برای سامانه SAR، شبیه‌سازی کرد. برای انجام شبیه‌سازی‌ها در این‌جا از برنامه MATLAB استفاده شده و رایانه‌ای که این شبیه‌سازی‌ها بر روی آن انجام گرفته دارای پردازشگر مرکزی هفت هسته‌ای ۲٫۸ گیگا هرتزی و حافظه چهار گیگا بایتی است. در جدول (۳)، مشخصات سامانه SAR مورد استفاده، آورده شده است.

(جدول-۳): مشخصات سامانه SAR  
(Table-3): SAR system parameters

نام پارامتر	اندازه
فرکانس تکرار پالس	128 Hz
زمان پرواز	0.5 s
سرعت حامل	300 m/s
فرکانس مرکزی	4.5 GHz
طول آنتن	2 m
حداقل فاصله تا زمینه	20 km
مساحت زمینه	$150 \times 150 m^2$
طول پالس شیب	$2.8 \mu s$
پهنای باند	100 MHz

در این بخش، برای نشان دادن تصاویر اندازه درایه‌های ماتریس تصویر را بین صفر و یک مقیاس‌بندی می‌کنیم. این تصاویر سیاه و سفید هستند و میزان روشنایی هر نقطه از تصویر به بزرگی ضریب بازتاب آن نقطه بستگی دارد.

تصویری که در این بخش مورد شبیه‌سازی قرار داده‌ایم، تصویر زمینه‌ای است که دارای ۹ نقطه بازتاب‌کننده با ضریب بازتاب یک است. این تصویر در شکل (۲) نشان داده شده است:



(شکل-۲): تصویر مورد شبیه‌سازی  
(Figure-2): Simulated image

در این‌جا ابتدا داده به صورت کامل در حوزه زمان نمونه‌برداری و سپس برای اهداف فشرده‌سازی، با نرخ‌های متفاوت کمتری به صورت تصادفی زیرنمونه‌برداری شده است؛ در صورتی که داده خام مربوط به زمینه نشان داده‌شده در شکل (۲) را با استفاده از روش برددابلر و در حالت نمونه‌برداری کامل بازسازی کنیم، تصویر بازسازی‌شده به شکل (۳) خواهد شد.

<sup>1</sup> Range Cell Migration

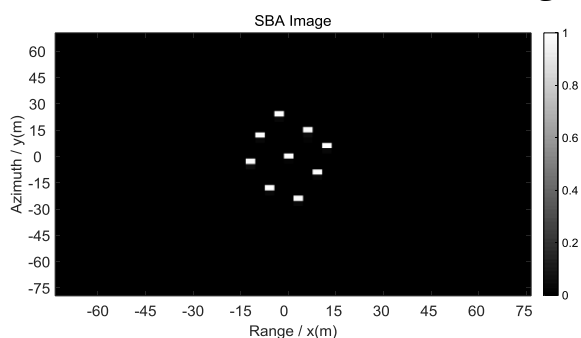


## ۱-۶- مقایسه کیفیت تصویر بازسازی شده به وسیله روش پیشنهادی RDSBA و روش SBA

در این قسمت با استفاده از داده خام مربوط به شکل (۲) به عنوان تصویر مرجع و اضافه کردن خطای فاز و نوفه مطابق با آنچه توضیح داده شد، به بررسی نتایج شبیه سازی بازسازی این تصویر مرجع به وسیله دو روش SBA و RDSBA پرداخته می شود.

همان طور که در بخش ۴ توضیح داده شد، الگوریتم RDSBA برخلاف الگوریتم SBA، به جای بازسازی تصویر شکل (۲) به بازسازی تصویر شکل (۳) می پردازد. نتیجه حاصل برای دو روش SBA و RDSBA با استفاده از ۶۳٪ از داده کامل به ترتیب در شکل های (۴) و (۵) نمایش داده شده است.

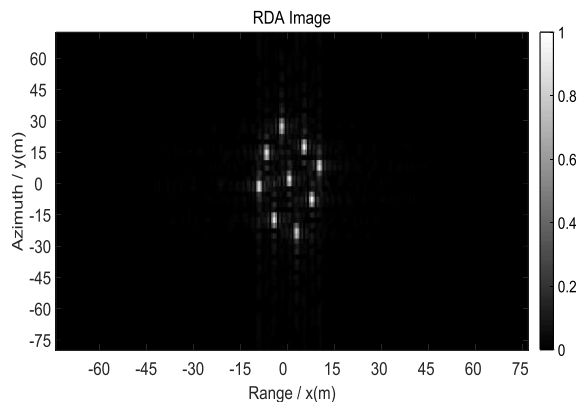
همان طور که در شکل های (۴) و (۵) دیده می شود، در هر دو تصویر محل اهداف به درستی قرار گرفته اند. در تصویر (شکل-۵) اثر لوب های فرعی در کنار اهداف دیده می شود که این اثر، به دلیل پرداختن الگوریتم RDSBA به بازسازی تصویر تقریبی شکل (۳) به جای تصویر دقیق شکل (۲) است. با این حال اثر لوب های فرعی در تصویر شکل (۵) کاهش محسوسی نسبت به تصویر شکل (۳) دارد. دلیل این امر برپایه تنگی بودن الگوریتم RDSBA است که از مزیت های این روش در مقایسه با روش مرسوم برداپلر است. از طرفی در تصویر شکل (۴) اثری از لوب های فرعی به دلیل پرداختن به بازسازی تصویر دقیق شکل (۲) وجود ندارد؛ بنابراین در مجموع می توان گفت که کیفیت تصویر حاصل از روش RDSBA در مقایسه با تصویر حاصل از روش SBA به دلیل وجود اثر لوب های فرعی کاهش یافته است.



(شکل-۴): تصویر حاصل از روش SBA با 63% داده،

$SNR = 15dB$  و حضور خطای فاز.

(Figure-4): Achieved image by SBA method by 63% samples,  $SNR = 15dB$ , and with the presence of the phase error.



(شکل-۳): تصویر حاصل از روش برداپلر و با نمونه برداری

کامل و بدون نوفه

(Figure-3): Achieved image by Range-Doppler method by full sampling and without the presence of noise

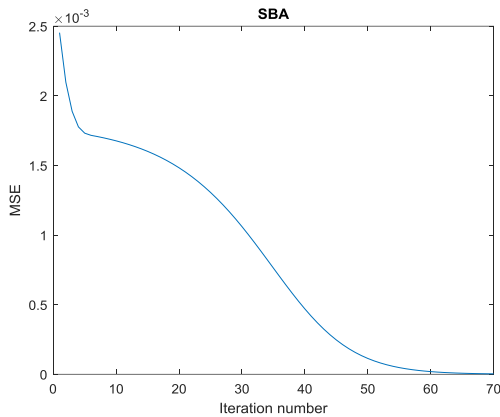
همان طور که در شکل (۳) دیده می شود، با وجود نمونه برداری کامل و عدم حضور خطای فاز و نوفه، تصویر بازسازی شده به وسیله روش برداپلر، دارای لوب های فرعی است و اهداف در قله لوب اصلی قرار دارند. این تصویر اگرچه به دلیل وجود نقاط غیر صفر بیشتر نسبت به تصویر اصلی شکل (۲) دارای تنگی کمتری است، اما از آنجا که تعداد نقاط مربوط به اهداف نسبت به نقاط دیگر، بسیار بزرگ هستند، این تصویر را می توان همچنان به عنوان تصویر تنگ در نظر گرفت.

همان طور که گفته شد الگوریتم SBA به بازسازی تصویر نشان داده شده در شکل (۲) می پردازد، اما الگوریتم RDSBA تصویر حاصل از روش برد-داپلر نشان داده شده در شکل (۳) را بازسازی می کند. از آنجا که در الگوریتم RDSBA از شرط تنگی برای بازسازی تصویر استفاده می شود، انتظار می رود که تأثیر لوب های فرعی در تصویر بازسازی شده به وسیله این الگوریتم نسبت به تصویر (شکل-۳) کاهش یابد و تصویر بهتری حاصل شود.

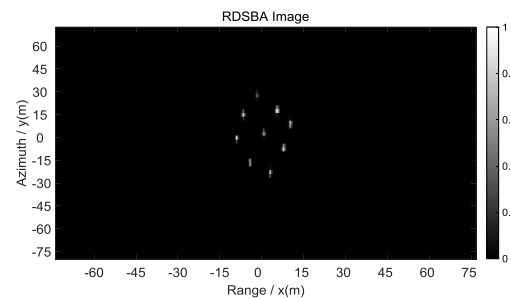
برای بررسی دو الگوریتم SBA و RDSBA، به داده خام SAR ایجاد شده، خطای فازی یک بعدی و به صورت تصادفی  $\varphi_F = \mathcal{N}(0, 10^2)$  مطابق با خطای فاز در نظر گرفته شده در [7] اعمال می شود (این نوع خطای فاز گوسی حالت کلی دارد و در ادامه شبیه سازی ها از همین نوع خطای فاز استفاده خواهد شد.) و سپس یک نوفه گوسی سفید با این داده خام جمع می شود، به گونه ای که نسبت سیگنال به نویز  $SNR = 15dB$  شود.

در تمامی آزمایش ها، تعداد تکرار  $I$  را برای هر دو روش SBA و RDSBA، برابر با هفتاد قرار داده ایم.

برای بررسی نحوه هم‌گرایی تصویر در دو روش SBA و روش RDSBA، میانگین مربع خطا<sup>۱</sup> MSE موجود بین تصویر بازسازی‌شده و تصویر مرجع را در هر تکرار محاسبه کرده‌ایم. نمودار حاصل در شکل‌های (۸ و ۹) آورده شده است.



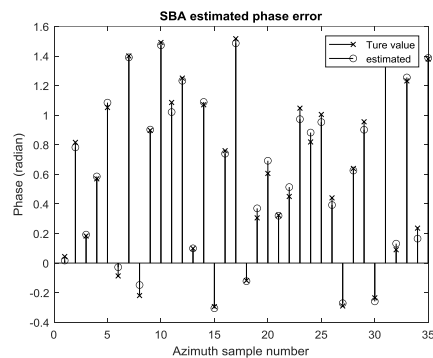
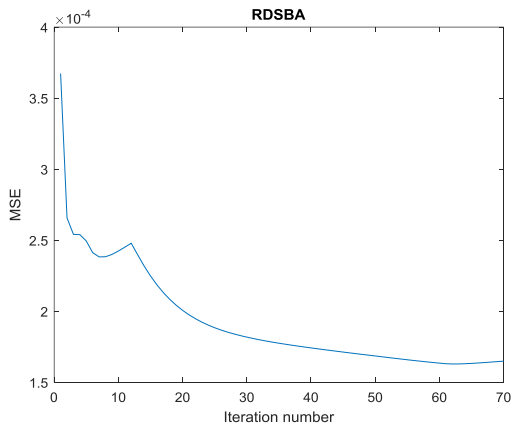
(شکل-۵): حاصل از روش پیشنهادی RDSBA با 63% داده، SNR=15dB و حضور خطای فاز.



(Figure-5): Achieved image by RDSBA method by 63% samples, SNR = 15dB, and with the presence of the phase error.

خطای فاز یک‌بعدی اضافه‌شده برای هر نمونه سمت و تخمین این خطای فاز به‌وسیله دو روش SBA و RDSBA به‌ترتیب در شکل‌های (۶ و ۷) نمایش داده شده است.

(شکل-۸): Resulted MSE in each iteration by SBA method for 63% samples, SNR = 15dB, and with the presence of the phase error.



(شکل-۶): خطای فاز یک‌بعدی اضافه‌شده برای هر سمت و تخمین این خطای فاز به‌وسیله روش SBA با 63% داده و SNR=15dB.

(Figure-6): Added phase error to each azimuth and its estimation resulted by SBA method for 63% samples and SNR = 15dB.

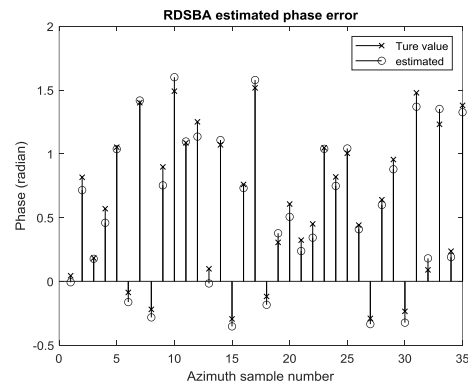
(شکل-۹): MSE حاصل در هر تکرار برای روش RDSBA با 63% داده، SNR=15dB و حضور خطای فاز.

(Figure-9): Resulted MSE in each iteration by SBA method for 63% samples, SNR = 15dB, and with the presence of the phase error.

طبق آنچه که در شکل‌های (۸ و ۹) دیده می‌شود، میزان MSE در هر تکرار کاهش می‌یابد و هر دو روش SBA و RDSBA با گذشت حدود پنجاه تکرار به هم‌گرایی می‌رسند.

برای بررسی میزان توانایی دو روش RDSBA و SBA در بازسازی تصویر در نرخ‌های کم، نرخ نمونه‌برداری را تا آنجا کاهش دادیم تا اهداف در تصویر بازسازی‌شده به‌وسیله دو روش، به‌درستی قابل رویت باشند. تصویر به‌دست‌آمده به‌وسیله روش SBA و RDSBA، در زمانی که نرخ نمونه‌برداری به ۱۹/۹٪ نمونه‌برداری کامل کاهش یابد به‌ترتیب در شکل‌های (۱۰ و ۱۱) نشان داده شده است.

همان‌طور که در شکل‌های (۶ و ۷) دیده می‌شود، هر دو روش SBA و روش RDSBA به‌خوبی توانسته‌اند خطای فاز اعمال‌شده به هر سمت را تخمین بزنند.

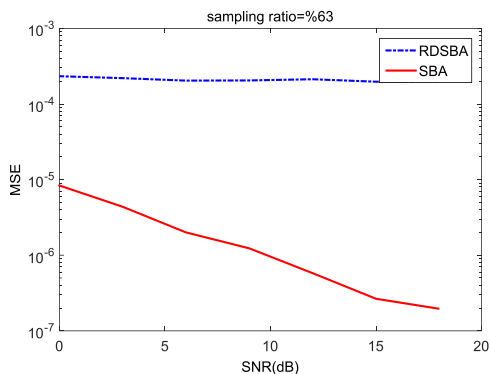


(شکل-۷): خطای فاز یک‌بعدی اضافه‌شده برای هر سمت و تخمین این خطای فاز به‌وسیله روش RDSBA با 63% داده و SNR=15dB.

(Figure-7): Added phase error to each azimuth and its estimation resulted by SBA method for 63% samples and SNR = 15dB.

<sup>۱</sup> Mean Squared Error

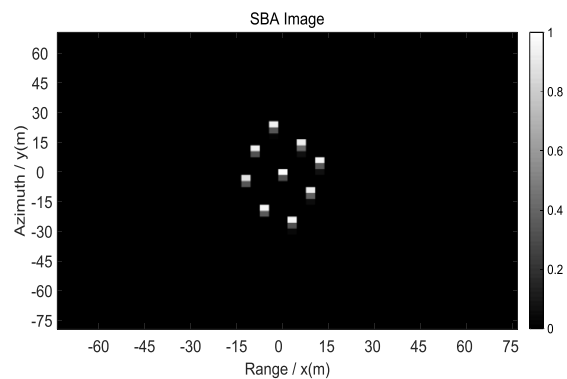
نمونه‌برداری کامل قرار داده و به‌ازای SNRهای مختلف میانگین مربع خطا MSE موجود بین تصویر بازسازی شده و تصویر مرجع را محاسبه کرده‌ایم. گفتنی است برای محاسبه MSE در تصویر بازسازی شده به وسیله روش RDSBA تصویر مرجع را نقاط اهداف در تصویر شکل (۳) بدون در نظر گرفتن لوب‌های فرعی آن در نظر گرفته‌ایم تا تصویر مرجع، تصویر بهینه‌ای باشد که هدف روش RDSBA در رسیدن به آن با حذف اثر لوب‌های فرعی است. نتیجه مقایسه MSE در دو روش SBA و RDSBA به‌ازای SNRهای مختلف در شکل (۱۲) نمایش داده شده است.



(شکل-۱۲): مقایسه MSE در دو روش SBA و RDSBA به‌ازای SNRهای مختلف.

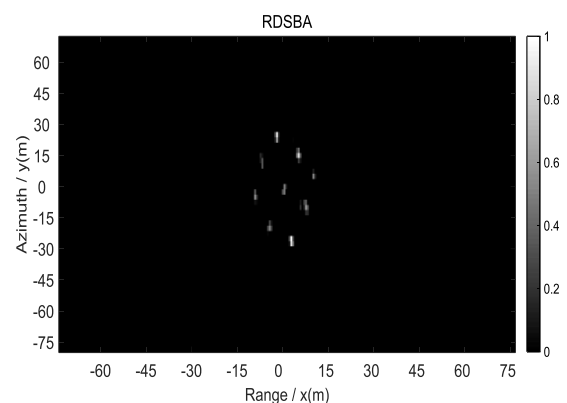
(Figure-12): Comparing MSE between SBA and RDSBA for different SNRs.

همان‌طور که در شکل (۱۲) دیده می‌شود، در روش SBA با افزایش SNR، MSE کاهش می‌یابد که این بیان‌گر عملکرد بهتر SBA با کاهش توان نوفه است. از طرف دیگر در روش RDSBA مشاهده می‌شود که تغییرات MSE با تغییر SNR، ناچیز است و MSE در این روش همواره بیشتر از MSE در روش SBA است. دلیل این رفتار این است که تأثیر لوب‌های فرعی در تصویر بازسازی شده در روش RDSBA بر تأثیر نوفه غلبه دارد و در نتیجه با تغییر SNR، MSE تغییر زیادی نمی‌کند. دلیل بالاتر بودن MSE در روش RDSBA این است که تصویر اصلی مورد بازسازی در این روش، همان تصویر فرعی آن است، در حالی که تصویر مرجع در نظر گرفته شده برای محاسبه MSE، تصویر بهینه‌ای است که فاقد لوب‌های فرعی است. در واقع تصویر اصلی مورد بازسازی در روش RDSBA به‌همراه لوب‌های فرعی است و این روش تلاش دارد تا با استفاده از خاصیت تنگی، اثر این لوب‌های فرعی را کاهش دهد. به همین دلیل تصویر مرجع برای



(شکل-۱۰): تصویر حاصل از روش SBA با 19.9% داده، SNR= 15dB و حضور خطای فاز.

(Figure-10): Achieved image by SBA method by 19.9% samples, SNR = 15dB, and with the presence of the phase error.



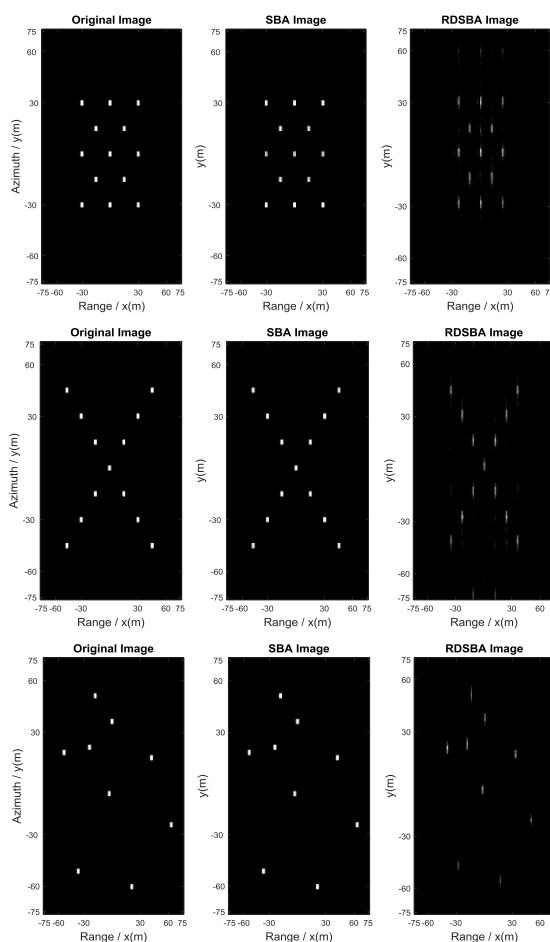
(شکل-۱۱): تصویر حاصل از روش RDSBA با 19.9% داده با SNR= 15dB و حضور خطای فاز.

(Figure-11): Achieved image by RDSBA method by 19.9% samples, SNR = 15dB, and with the presence of the phase error.

همان‌طور که در شکل‌های (۱۰ و ۱۱) دیده می‌شود، هر دو روش توانسته‌اند تصویر قابل‌پذیرشی را بازسازی کنند. در صورتی که نرخ نمونه‌برداری از این مقدار کم‌تر شود، روش RDSBA تصویر درستی ارائه نمی‌دهد، در حالی که روش SBA می‌تواند تا نرخ نمونه‌برداری ۱۴/۸٪ نمونه‌برداری کامل، تصویر درستی را بازسازی کند. اگرچه تفاوت چشم‌گیری در توانایی بازسازی تصویر در نرخ‌های کم بین دو روش SBA و RDSBA وجود ندارد و دو نرخ ۱۴/۸٪ و ۱۹/۹٪ به هم نزدیک هستند، اما دلیل توانایی بهتر روش SBA در نرخ کمتر این است که تصویر مرجع روش SBA تنگی کمتری نسبت به تصویر مرجع روش RDSBA دارد و دلیل این امر، اثر لوب‌های فرعی در تصویر مرجع الگوریتم RDSBA می‌باشد.

حال به مقایسه اثر توان نویز و SNRهای مختلف بر تصویر بازسازی شده به وسیله دو روش SBA و RDSBA پرداخته می‌شود. برای این منظور نرخ نمونه‌برداری را ۶۳٪

محاسبه MSE تصویر فاقد لوب‌های فرعی در نظر گرفته شده است.



(شکل-۱۳): مقایسه تصاویر بازسازی‌شده مختلف توسط دو روش SBA و RDSBA.

روش SBA و RDSBA.

ستون نخست، تصاویر مرجع. ستون دوم، تصاویر بازسازی‌شده به وسیله روش RDSBA. ستون سوم، تصاویر بازسازی‌شده به وسیله روش SBA.

(Figure-13): Comparing achieved image by SBA and RDSBA. The first column is for reference images. The second column is for recovered images by RDSBA. The third column is for recovered images by SBA.

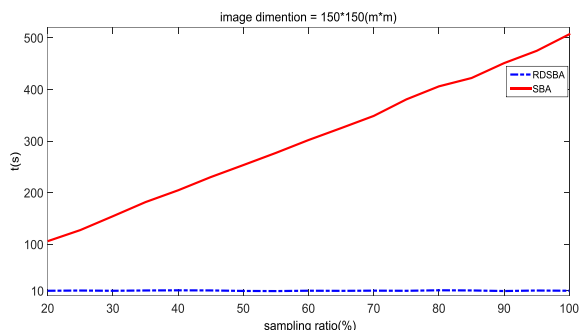
در ادامه برای مقایسه بیشتر تصاویر بازسازی‌شده به وسیله روش RDSBA و روش SBA، سه تصویر با میزان تنکی و آرایش اهداف متفاوتی را به عنوان تصویر مرجع در نظر گرفته‌ایم که این تصاویر در ستون نخست شکل (۱۳) نمایش داده شده است؛ سپس با استفاده از ۶۳٪ از داده نمونه‌برداری‌شده کامل و برای  $SNR = 15dB$ ، به بازسازی تصویر به وسیله دو روش RDSBA و SBA پرداخته‌ایم. نتایج در شکل (۱۳) آورده شده است.

همان‌طور که در شکل (۱۳) دیده می‌شود، تصاویر بازسازی‌شده به وسیله روش SBA به تصاویر مرجع شباهت زیادی دارد، درحالی‌که در تصاویر حاصل از روش RDSBA اثرات ناشی از لوب‌های فرعی مشاهده می‌شود. همان‌طور که پیش‌تر نیز بیان شد، دلیل این اتفاق این

است که روش RDSBA به جای تصویر اصلی، تصویر حاصل از روش برداپلر را مورد بازسازی قرار می‌دهد و در نتیجه همانند این روش تحت تأثیر لوب‌های فرعی قرار می‌گیرد.

## ۲-۶- مقایسه سرعت بازسازی روش پیشنهادی RDSBA با روش SBA

حال به مقایسه سرعت بازسازی دو روش RDSBA و SBA می‌پردازیم. برای مقایسه سرعت بازسازی، میزان زمانی را که رایانه نیاز دارد تا عملیات بازسازی را برای هفتاد تکرار انجام دهد، بررسی کرده‌ایم. همان‌طور که گفته شد، سرعت بازسازی تصویر به دو عامل اندازه تصویر و تعداد نمونه‌ها بستگی دارد. به همین دلیل، یک‌بار اندازه تصویر را ثابت در نظر گرفته و به ازای تعداد نمونه‌های مختلف، مدت زمانی را که هر یک از دو روش RDSBA و SBA نیاز دارند، اندازه گرفته‌ایم، بار دیگر تعداد نمونه‌ها را ثابت در نظر گرفته و این بار به ازای اندازه‌های متفاوت، زمان یادشده را به دست آورده‌ایم. برای این منظور ابتدا اندازه زمینه مورد تصویربرداری را به صورت  $150 \times 150 m^2$  ثابت نگه داشته و به ازای نرخ نمونه‌برداری‌های مختلف، زمان مورد نیاز برای هفتاد تکرار در روش‌های RDSBA و SBA را با هم مقایسه کرده‌ایم. نتیجه در شکل (۱۴) نشان داده شده است.



(شکل-۱۴): مقایسه سرعت دو روش SBA و RDSBA به ازای نرخ‌های متفاوت، هنگامی که اندازه تصویر  $150 \times 150 m^2$  باشد.

(Figure-14): Comparing the speed of SBA and RDSBA methods for different sampling ratios, when image size is  $150 \times 150 m^2$ .

در شکل (۱۴) دیده می‌شود که سرعت روش RDSBA با تغییر نرخ نمونه‌برداری، تغییری نمی‌کند. دلیل آن عدم وابستگی این روش به نرخ نمونه‌برداری است که پیش‌تر در بخش ۵ توضیح داده شده است، اما روش SBA با افزایش نرخ نمونه‌برداری، به زمان بیشتری برای بازسازی نیاز دارد. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود، سرعت روش RDSBA بسیار بیش‌تر از روش

ارائه‌ی تنک پیشنهاد شد تا این روش هم در حضور خطای فاز و درحالت زیرنمونه‌برداری بتواند به بازسازی تصویر بپردازد و هم محدودیت سرعت و حافظه نداشته باشد. با انجام شبیه‌سازی‌های لازم نشان داده شد که روش RDSBA بسیار سریع‌تر از روش SBA است. از طرف دیگر بیان شد که روش RDSBA در مقایسه با روش SBA، نیاز به ذخیره‌ی ماتریس حس‌گری که ماتریسی با ابعاد بزرگی است، ندارد و در نتیجه نیاز به حافظه‌ی زیادی نیست. همچنین دیده شد که کیفیت تصویر حاصل از روش RDSBA نسبت به روش SBA تحت تأثیر لوب‌های فرعی ناشی از روش برد-داپلر قرار گرفت. البته با توجه به شکل‌های نشان داده‌شده، دیده شد که تصویر بازسازی‌شده به‌وسیله‌ی روش RDSBA نسبت به تصویر حاصل از روش SBA، تفاوت ظاهری چندانی ندارد و با توجه به سرعت بالای این روش، پذیرش مقداری کاهش کیفیت، قابل قبول است.

درمجموع می‌توان روش RDSBA را تقابلی بین کیفیت بالا و سرعت بالا دانست. از آن‌جا که این روش، تلفیقی از روش‌های فیلتر منطبق و ارائه تنک است، از مزیت‌های هر دو روش یعنی سرعت بالا در روش فیلتر منطبق و توانایی بازسازی تصویر در حالت زیرنمونه‌برداری در روش ارائه تنک، بهره می‌برد.

## 8- References

## ۸- مراجع

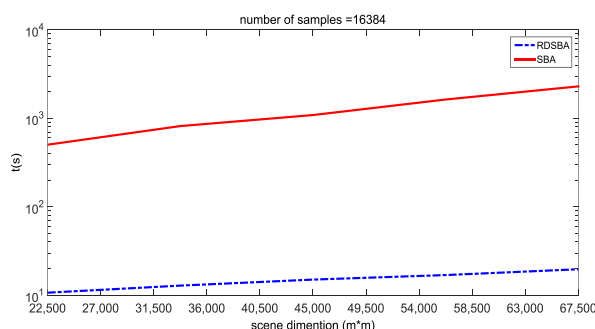
- [1] X. Mao and D. Zhu, "Two-dimensional Autofocus for Spotlight SAR Polar Format Imagery", *Computational Imaging, IEEE Transactions on*, vol. 2, no. 4, pp. 524-539, December. 2016.
- [2] M. Behzad Fallahpour, H. Dehghani, A. Jabbar Rashidi, A. Sheikhi, "Modelling and Software Implementation of SAR Imaging System Performance in Spotlight Mode", *Signal and Data Processing*, vol. 13, no. 4, pp. 3-18, 2017.
- [3] C. V. Jakowatz, D. E. Wahl, P. H. Eichel, D. C. Ghiglia, and P. A. Thompson, "Spotlight-Mode Synthetic Aperture Radar: A Signal Processing Approach", Springer Science & Business Media, 2012.
- [4] W. Carrara, R. Goodman, and R. Majewski, "Spotlight-Mode Synthetic Aperture Radar",

[۲] م. بهزاد فلاح پور، ح. دهقانی، ع. جبار رشیدی، ع. شیخی، "مدل‌سازی و پیاده‌سازی نرم‌افزاری عملکرد سامانه‌های تصویربرداری SAR در حالت نورافکن"، پردازش علائم و داده‌ها، جلد ۱۳، شماره ۴، ۱۳۹۵.

SBA است که به‌عنوان مزیت روش پیشنهادی است. برای مثال هنگامی که نرخ نمونه‌برداری، ۷۰٪ نمونه‌برداری کامل باشد، روش SBA به ۳۴۸٫۶ ثانیه و روش RDSBA به ۱۰/۱۵ ثانیه جهت بازسازی تصویر نیاز دارد، که بیان‌گر سرعت بسیار بالای روش RDSBA است.

حال تعداد نمونه‌ها را به اندازه ۱۶۳۸۴ نمونه ثابت در نظر می‌گیریم و در ازای تغییر اندازه‌ی زمینه‌ی تصویربرداری، زمان مورد نیاز برای این دو روش را مورد مقایسه قرار می‌دهیم. نتایج این مقایسه در شکل (۱۵) آورده شده است.

همان‌طور که در شکل (۱۵) دیده می‌شود، زمان مورد نیاز برای بازسازی تصویر در هر دو روش RDSBA و SBA با افزایش اندازه‌ی تصویر، افزایش می‌یابد. فاصله‌ی بین زمان مورد نیاز برای روش SBA نسبت به روش RDSBA بسیار زیاد است و نشان‌دهنده‌ی سریع‌تر بودن روش RDSBA است. برای مثال هنگامی که زمینه‌ی مورد تصویربرداری دارای ابعاد  $56250 m^2$  باشد، روش SBA به ۱۶۳۲ ثانیه و روش RDSBA به ۱۶/۹۲ ثانیه جهت بازسازی تصویر نیاز دارد.



(شکل-۱۵): مقایسه سرعت دو روش SBA و RDSBA به‌ازای

اندازه تصاویر مختلف، با تعداد نمونه‌های ثابت ۱۶۳۸۴.

(Figure-15): Comparing the speed of SBA and RDSBA methods for different image sizes, when the sample size is equal to 16384.

گفتنی است، از آن‌جا که روش SBA نیازمند ذخیره‌سازی ماتریس حس‌گری بزرگی است، برای تصاویر بزرگ‌تر، حافظه‌ی رایانه مورد استفاده با محدودیت مواجه می‌شود، به‌گونه‌ای که محدودیت‌های حافظه‌ی رایانه مورد استفاده سبب شد تا نتوان برای روش SBA اندازه‌ی تصویر را بیش از  $67500 m^2$  قرار داد، درحالی‌که روش RDSBA با این محدودیت همراه نیست.

## ۷- نتیجه

در این مقاله روش RDSBA جهت کاهش محاسبات بازسازی تصاویر SAR در حضور خطای فاز و براساس

- [16] X. Dong, and Y. Zhang, "A novel compressive sensing algorithm for SAR imaging", *Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, IEEE Journal*, vol.7, no.2, pp.708-720, 2014.
- [17] M. Schlutz, "synthetic Aperture Radar Imaging Simulated in Matlab", M.S Thesis of California Polytechnic State University, San Luis Obispo, 2009.



**میلاد جوادزاده** مدرک کارشناسی و کارشناسی ارشد خود را به ترتیب در سال‌های ۱۳۹۳ و ۱۳۹۵ از دانشگاه علم و صنعت ایران دریافت کرد. ایشان هم‌اکنون دانشجوی دکتری مهندسی مخابرات سیستم در دانشگاه علم و صنعت ایران است. زمینه‌های پژوهشی ایشان شامل حس‌گری فشرده و تئوری سوپر رزولوشن است. نشانی رایانامه ایشان عبارت است از:

**Milad7068@yahoo.com**



**محمدحسین کهای** مدرک کارشناسی را در سال ۱۳۶۴ از دانشگاه صنعتی اصفهان، مدرک کارشناسی ارشد را در سال ۱۳۷۳ از دانشگاه ریوکیو ژاپن و مدرک دکتری خود را در سال ۱۳۷۷ از دانشگاه کوئینزلند استرالیا دریافت کرد. زمینه‌های مورد علاقه ایشان شامل پردازش فیلتر وقفی، مکان‌یابی، آشکارسازی، ردیابی، کنترل نویز فعال و تخمین طیف است. نشانی رایانامه ایشان عبارت است از:

**Kahaee@iust.ac.ir**



**سید علی اصغر بهشتی شیرازی** مدرک کارشناسی و کارشناسی ارشد را به ترتیب در سال ۱۳۶۳ و ۱۳۶۶ از دانشگاه علم و صنعت ایران و مدرک دکتری خود را در سال ۱۳۷۴ از دانشگاه آکایاما ژاپن دریافت کرد. زمینه‌های مورد علاقه ایشان شامل مخابرات ماهواره، طراحی سیستم مخابرات داده، شبکه رایانه‌ای، پردازش سیگنال و تصویر است. نشانی رایانامه ایشان عبارت است از:

**Abeheshti@iust.ac.ir**

*Signal Processing Algorithms*, Artech House, 1995.

- [5] D. Wahl, P. Eichel, D. Ghiglia, and C. Jakowatz, "Phase gradient autofocus-a robust tool for high resolution SAR phase correction", *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol.30, no.4, pp 827-835, July 1994.
- [6] R. Morrison, M. N. Do, and D. Munson, "MCA: A multichannel approach to SAR autofocus", *Image Processing, IEEE Transaction on*, vol.18, no.4, pp.840-853, April 2009.
- [7] S. Kelly, M. Yaghoobi, and M. Davies, "Sparsity-based autofocus for undersampled synthetic aperture radar", *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol.50, no.2, pp.972-986, 2014.
- [8] G. Ian, and H. Frank Wong, "Digital processing of synthetic aperture radar data", Artech house 2005.
- [9] N. Ö. Önhon, and M. Çetin, "A sparsity-driven approach for joint SAR imaging and phase error correction", *Image Processing, IEEE Transactions on*, vol.21, no.4, pp.2075-2088, 2012.
- [10] J. Fang, Z. Xu, B. Zhang, W. Hong, and Y. Wu, "Fast compressed sensing SAR imaging based on approximated observation", *Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, IEEE Journal*, vol.7, no.1, pp.352-363, 2014.
- [11] S. Uğur, O. Arkan, and A. Cafer Gürbüz, "SAR image reconstruction by expectation maximization based matching pursuit", *Digital Signal Processing*, vol 37, pp.75-84, 2015.
- [12] D. W. Warner, D. Ghiglia, A. FitzGerrell, and J. Beaver, "Two-dimensional phase gradient autofocus," *International Symposium on Optical Science and Technology. International Society for Optics and Photonics*, vol.4123, pp.162-173, 2000.
- [13] M. Yaghoobi, T. Blumensath, and M. Davies, "Dictionary learning for sparse approximations with the majorization method", *Signal Processing, IEEE Transaction on*, vol.57, no.6, pp.2178-2191, June 2009.
- [14] A. S. Khwaja, L. Ferro-Famil, and E. Pottier, "SAR raw data simulation using high precision focusing methods," in Proc. Eur. Radar Conf. (EuRAD), pp. 33-36, 2005.
- [15] G. Franceschetti, R. Guida, A. Iodice, D. Riccio, and G. Ruello, "Efficient simulation of hybrid stripmap/spotlight SAR raw signals from extended scenes," *Geosci. Remote Sens, IEEE Transaction on*, vol.42, no.11, pp.2385-2396, 2004.